

Revista AIDIS de Ingeniería y Ciencias Ambientales: Investigación, desarrollo y práctica. ISSN 0718-378X

> Vol. 11, No.1, 110-120 6 de abril de 2018

REVISTA AIDIS

de Ingeniería y Ciencias Ambientales: Investigación, desarrollo y práctica.

ANALISE DO COMPORTAMENTO DA ONDA DIFUSIVA EM FUNÇÃO DE SEUS PARÂMETROS HIDRAÚLICO SOBRE UMA ABORDAGEM FUZZY

*Maria Patrícia Sales Castro¹ Ticiana Fontoura Vidal¹ Alice Rocha de Souza¹ Raimundo Oliveira de Souza²

ANALYSIS OF THE BEHAVIOUR OF DIFFUSION WAVE AND HYDRAULIC PARAMETERS BY FUZZY APPROACH

Recibido el 31 de enero de 2017; Aceptado el 6 de octubre de 2017

Abstract

Environmental problems such as climate change, droughts, erosion, biodiversity reduction and floods are typical examples of problems that are unlikely to have a single solution, and increasingly more critical, requiring continuous monitoring, in order to ensure an appropriate environment for the community. In this context, the Fuzzy theory emerges as a viable solution to study the uncertainties of a flood propagation prevention system. This study, seeks to understand the fuzzy diffusive wave flood routing as well as to identify the influence of the hydraulic parameters like Manning number and slope, in the membership functions form, both in space and time. Finite Differences Method was used to find the solution of "fuzzy" partial differential equations contained in the model, by using an implicit scheme. It was elaborated a computational program for its mathematical solution. From the results generated, it can be observed that the use of fuzzy theory in the fuzzy diffusive wave models can become a viable alternative for the evaluation of uncertainties in regions susceptible to flood propagation.

Keywords: flood routing, Fuzzy theory, diffusive wave models.

¹ Universidade Federal do Ceará. Campus do Pici, Brasil.

² Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Campus do Pici, Centro de Tecnologia, Brasil.

^{*}Autor corresponsal: Universidade Federal do Ceará e bolsista do CNPq. Campus do Pici, CEP- 60445-760. Bloco 713. Fortaleza – Ceará, Brasil. Email: patricia.sales@gmail.com



Vol. 11, No.1, 110–120 6 de abril de 2018

Resumo

Problemas ambientais como a mudança climática, secas, erosão, redução da biodiversidade e cheias são exemplos típicos de problemas que difícilmente possuirão uma única solução, e cada vez se tornam mais críticos, necessitando de controles e monitoramentos contínuos a fim de assegurar um ambiente adequado à comunidade em geral. Neste contexto, a teoria *Fuzzy* desponta como uma solução viável para estudar incertezas de um sistema de prevenção de propagação de cheias. Neste estudo busca-se entender o comportamento da propagação da onda difusiva *fuzzy* bem como identificar a influência dos parâmetros hidráulicos declividade e número de Manning, na forma de funções de pertinência, tanto no espaço quanto no tempo. Para encontrar a solução das equações diferenciais parciais *"fuzzificadas"* contidas no modelo, foi utilizado o Método das Diferenças Finitas, usando um esquema implícito e elaborado um programa computacional para a sua solução matemática. A partir dos resultados gerados observa-se que o uso da teoria *fuzzy*, nos modelos da onda difusiva *fuzzy*, pode se tornar uma alternativa viável para a avaliação de incertezas em regiões susceptíveis a propagação de ondas de cheias.

Palavras chave: ondas de cheias, teoria Fuzzy, modelo da onda difusa.

Introdução

Problemas ambientais como a mudança climática, a sobrepesca, a erosão, redução da biodiversidade e cheias são exemplos típicos de "péssimos problemas" (Rittel e Webber, 1973, Churchman, 1967). Eles são difíceis de apresentar uma única definição. Seus resultados não apresentam como resposta Verdadeiro / Falso, mas sim Melhor / Pior, e a possível discrepância em relação ao problema ou parte deste pode vir a ter várias explicações plausíveis. No entanto, muitos problemas ambientais necessitam de uma certa urgência, e apesar da dificuldade, tem-se que procurar e encontrar soluções para os mesmos.

A comunidade científica adotou o desafio e pesquisadores de todo o mundo estão trabalhando para esclarecer as interações complexas dos sistemas ambientais. No gerenciamento de recursos naturais, entender os valores médios dos processos muitas vezes não é suficiente, e os gestores estão cada vez mais interessados em compreender as incertezas dos modelos (O'Hagan, 2012). Vários processos divergentes, imperfeitamente conhecidos (físicos, biológicos e sociais), afetarão estes eventos e é impossível prever com certeza qual será o resultado de cada decisão de gestão (Dietz, 2003, Reichert e Borsuk, 2005). Em todos os casos não triviais, na raiz do problema de gestão existe um equilíbrio entre maximizar o benefício, minimizando os danos causados à natureza e evitando resultados desastrosos, como extinções, colapsos de estoques, perda de ecossistemas, etc. (Burgman, 2005, Fenton e Neil, 2012).

Sobre o nível de complexidade do modelo hidrológico e hidráulico, e sobre os dados necessários para obter uma previsão útil da extensão das enchentes não há um consenso. Assim, existem várias técnicas com o intuito de apresentar uma previsão da área inundada, resultante da propagação de ondas de cheias fluviais. Embora os modelos físicos e os estudos das calhas têm





Vol. 11, No.1, 110–120 6 de abril de 2018

sido utilizados para investigar as vazões em canais complexos, pode-se ainda fazer referência aos trabalhos de Thomas e Williams (1994), Lin e Shiono (1995), Cokljat e Kralj (1997), Ye e McCorquodale (1998), Bates *et al.*(1999) e Sofianidis e Prinos(1999), que mencionaram em seus trabalhos sobre o tema. Os modelos numéricos oferecem muito mais flexibilidade na sua aplicação, principalmente devido aos avanços em técnicas numéricas e computacionais que disponibilizam fluxos cada vez mais complexos podem ser modelados dentro de prazos curtos.

O objetivo da modelagem por abordagem *fuzzy* e a análise de decisão é explicitar esses riscos. Ao avaliar a natureza e a extensão das incertezas no sistema, o modelo pode fornecer aos gestores uma imagem realista dos possíveis resultados (Burgman, 2005, Power and McCarty, 2006). A análise formal das decisões pode ser útil na estruturação dos problemas, na integração do conhecimento e na visualização dos resultados (Kiker *et al.*, 2005). Facilitando o trabalho dos gestores, ajudando-os a fazerem escolhas consistentes e justificáveis. Nas últimas décadas, ferramentas de suporte e análise de decisão estão cada vez mais sendo aplicada à gestão dos recursos naturais (Borsuk *et al.*, 2004, Dorner *et al.*, 2007, McIntosh *et al.*, 2011).

Existem estudos que têm aplicado os conjuntos *fuzzy* em operações de reservatórios. Estas aplicações podem ser encontradas em Russel e Campbell (1996), Fontane *et al.* (1997) e Cheng *et al.* (1999a) Esses trabalhos lidam com a complexidade de um sistema típico que envolve a incertezas do processo, intuições e experiência dos operadores. No momento de decisão para operações de controle de vazões em um reservatório, um procedimento rápido bem como selecionar as alternativas viáveis e eficazes é de suma importância.

Cheng (1999b) realizou um trabalho baseado nas características das enchentes do rio Yangtze na China e nos princípios da teoria dos conjuntos *fuzzy*, onde desenvolveu um modelo *fuzzy* ideal para o controle de inundações nos cursos superior e intermediário deste rio.

Este trabalho desenvolveu uma metodologia que combinou a teoria *fuzzy* com os modelos hidrodinâmico com o intuito de estudar as incertezas e a sensibilidade em relação à variação dos parâmetros hidrodinâmicos como declividade e rugosidade durante a propagação da onda difusa.

Metodologia

A metodologia proposta para esta pesquisa consiste no desenvolvimento de um modelo de propagação de cheias usando o modelo de onda difusiva em sua forma *fuzzy*, de modo que a análise de incertezas possa ser desenvolvida. Desta forma, primeiramente foi formulado o modelo de onda difusa na forma determinística. Em seguida, esta equação foi transformada em uma equação *fuzzy* onde a variável de controle foi calculada na forma de função de pertinência.

Revista AIDIS de Ingeniería y Ciencias Ambientales: Investigación, desarrollo y práctica. ISSN 0718-378X



Vol. 11, No.1, 110–120 6 de abril de 2018

Escoamento não permanente, velocidades e profundidade mudam com o tempo em qualquer posição espacial fixada em um canal aberto. O escoamento em canais naturais quase sempre é não permanente, embora muitas vezes seja analisado em um estado quase-estacionário para projetos de canais ou o mapeamento de planície de inundação. Escoamentos não permanentes em canais abertos por natureza são escoamentos não uniformes, bem como instáveis devido à superfície livre.

Matematicamente, isto significa que as duas variáveis de escoamento dependentes (por exemplo, velocidade e profundidade ou vazão e profundidade) são funções do deslocamento ao longo do canal e do tempo para aplicações unidimensionais. A formulação do problema requer duas equações diferenciais parciais que representem os principios de continuidade e do momentum nas duas variáveis dependentes desconhecidas. As formas diferenciais completas das duas equações governantes são chamadas de Equações de Saint-Venant. Somente em simplificações bastante severas das equações governantes são soluções analíticas disponíveis para escoamento não permanente. Esta situação levou ao desenvolvimento de técnicas numéricas apropriadas para a solução das equações governantes (STURM, 2001).

Equação da Continuidade

A primeira equação fundamental do escoamento em rios e canais é a equação da continuidade. Na aplicação a rios, como o princípio original referem-se à conservação de massa, os volumes de água serão multiplicados pela massa especifica, de maneira que o balanço resultante seja feito em termos de massa através do mesmo elemento de controle (Andrade, 2006).

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q_L$$

Equação (1)

Onde: Q= vazão média no interior do canal natural; q_L=contribuição lateral por unidade de comprimento do canal natural; A= área da seção transversal do fluxo; x= comprimento do volume de controle; t= tempo relativo ao volume de controle

Aplicando a teoria *fuzzy* na Equação (1) e considerando que não há contribuição lateral, a mesma pode ser *"fuzzificada"* e transformada na seguinte formulação:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} = 0$$

Equação (2)

Onde: Q= função de pertinência para vazão média no interior do canal natural; A= função de pertinência para área da seção transversal do fluxo;



Vol. 11, No.1, 110-120 6 de abril de 2018

Equação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - S_0 \right) + gAS_f = 0 \qquad \text{Equação (3)}$$

Onde: Q é a vazão (m³/s); x é o comprimento longitudinal (m); t é o tempo (s); A é a área da seção transversal do fluxo (m²); y é a profundidade da água no canal (m); S₀ é a declividade de fundo do canal (m/m); S_f é a declividade de linha de energia; e g é a aceleração da gravidade (m²/s).

Equação da quantidade de movimento com características fuzzy, Equação (4):

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tilde{Q}}{\tilde{A}} \right) + g \tilde{A} \left(\frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} - \tilde{S}_0 \right) + g \tilde{A} \tilde{S}_f = 0$$

Equação (4)

Onde: \tilde{Q} = função de pertinência para a vazão; \tilde{A} = função de pertinência para a área transversal do canal do rio; \tilde{y} = função de pertinência para a profundidade; $\tilde{S_0}$ = função de pertinência para a declividade do leito do rio; $\tilde{S_f}$ = função de pertinência para a declividade da linha de energia.

Equação da Onda Difusiva

O modelo da onda difusa emprega a Equação (1) e a Equação (3), onde os termos de aceleração convectiva e aceleração local foram negligenciados, pois estes possuem valores muito pequenos em relação aos demais termos, mas incorporando o termo de pressão, logo assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

Equação (5)

Onde C = $\frac{dQ}{dA}$ definido como a celeridade da onda cinemática e $D = Q/2S_0B$ definido como o coeficiente difusivo aparente. Termo este responsável pela amortização do pico da vazão ao longo do canal, e que será em função da declividade do canal.

Equação (5) com caracteristicas fuzzy, temos,

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{d \tilde{Q}}{d \tilde{A}} \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial x} = \frac{\tilde{Q}}{2S_0 B} \frac{\partial^2 \tilde{Q}}{\partial x^2}$$
Equação (6)

114



Vol. 11, No.1, 110–120 6 de abril de 2018

Aspectos computacionais

Um esquema numérico baseado no Método das Diferenças Finitas Implícito foi utilizado para calcular a equação diferencial parcial da onda difusiva *fuzzy*, isto é, devido o método de diferenças finitas implícito ser incondicionalmente mais estável. Para este trabalho foi utilizado o Método de Crank-Nicolson pelo fato que este método dispõe de um tipo de discretização que garante a estabilidade numérica no processo de solução (Anderson *et. al.*, 1984).

Para discretizar o problema, considere uma pequena malha mostrada na Figura 1.



Figura 1. Malha para a discretização da equação

De acordo com a Fgura 1, a linha é representada pelo índice i e a coluna pelo índice j. Os passos no espaço e no tempo são respectivamente iguais a Δx e Δt . O ponto em vermelho significa que o valor é desconhecido. Segundo Gomes (2006) as derivadas discretizadas em suas formas *fuzzy* no tempo e no espaço são dadas por :

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} \approx \frac{\tilde{Q}[i, j+1] - \tilde{Q}[i, j]}{\Delta t}$$
Equação (7)
$$\tilde{Q} = 1 \left[\tilde{Q}[i+1, j+1] - \tilde{Q}[i-1, j+1] - \tilde{Q}[i+1, j] - \tilde{Q}[i-1, j] \right]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{Q[i+1, j+1] - Q[i-1, j+1]}{2\Delta x} + \frac{Q[i+1, j] - Q[i-1, j]}{2\Delta x} \right]$$
Equação (8)

$$\frac{\partial^2 \tilde{Q}}{\partial x^2} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{\tilde{Q}[i+1,j+1] - 2\tilde{Q}[i,j+1] + \tilde{Q}[i-1,j+1]}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{Q}[i+1,j] - 2\tilde{Q}[i,j] + \tilde{Q}[i-1,j]}{\Delta x^2} \right]$$
 Equação (9)



Vol. 11, No.1, 110-120 6 de abril de 2018

Para resolver os problemas da equação da onda difusa *fuzzy*, foi desenvolvido um programa computacional, em linguagem FORTRAN 90, capaz de resolver as equações contidas no modelo. Isto é, o programa é capaz de apresentar, de forma vetorial, a matriz solução, e, assim, não havendo a necessidade de se fazer um loop em x para cada elemento Q[i]. Com isso, a implementação computacional dos cálculos, gerados em linguagem FORTRAN, são mais eficientes.

Resultados

Após o desenvolvimento do programa computacional, em linguagem FORTRAN 90, onde foram estruturadas várias sub-rotinas, dispostas sequencialmente com vistas a obtenção de alguns resultados, um conjunto de simulações foi realizada. Inicialmente, foi considerado um rio com declividade, na sua forma *fuzzy*, definida por [0.00001; 0.00005; 0.0001], coeficiente de rugosidade de Manning, também em sua forma *fuzzy*, definida por [0.01; 0.01; 0.05; 0.1], de acordo com Chow (1988). Para o comprimento do trecho do canal em estudo foi escolhido um valor igual a 50 km, com largura de 50 m e uma vazão inicial uniforme de 50 metros cúbicos por segundo. O objetivo desta simulação é, apenas, para verificar o comportamento do programa computacional com relação a vazão da onda difusa para diferentes intervalos de tempo ao longo do rio na direção da corrente.

A Figura 2 apresenta a propagação da onda difusa para os tempos 2hrs, 3hrs, 5hrs, 7hrs e 9hrs de propagação ao longo do canal.



Figura 2. Propagação da onda difusa ao longo do canal natural para diferentes tempos, com S₀ =0.0001 e n=0.01

Como pode ser observado, um processo de amortecimento é verificado ao longo do comprimento do rio para os diferentes tempos. Isto é decorrente do termo difusivo existente na equação



Vol. 11, No.1, 110-120 6 de abril de 2018

diferencial para a onda difusiva. Estes parâmetros, como o nome indica, têm a propriedade de dispersar a energia de propagação da onda, ao longo do canal, fazendo com que a onda se espalhe e atenue os seus efeitos no processo de enchentes. Através da figura é possível verificar que, para um tempo de 3 horas, o pico da onda é bem menor do que para um tempo de 2 horas, confirmando a análise feita anteriormente.

A Figura 3 mostra as funções de pertinências da propagação da onda difusa, em diferentes seções, para um tempo de 3 horas. O objetivo é ver como o campo de vazão da propagação pode ser controlado ao longo do rio.



Figura 3. Funções de Pertinência para Vazão nas seções 5km, 10km e 15km, para t = 3hr.

Conforme observado na Figura 3, para uma distância de 15 km, a função de pertinência se encontra bem mais a direita do que a a função de pertinência na seção 5 km da origem. Isto implica dizer que dentro destes intervalos se encontram os valores de vazão com maior possibilidade de ocorrência. Ou seja, dentro destes intervalos se encontram os números *fuzzys* com graus de pertinência maiores do que zero. Fora destes intervalos, não há possibilidade de ocorrência de vazão no rio.

As Figuras 4 a 6 indicam a distância entre os limites inferiores e superiores de cada vazão difusa para um corte-alfa = 0.5, correspondente ao intervalo com maior grau pertinencias para as vazões na sua forma *fuzzy*. Ao comparararmos as figuras entre si, é verificado, para os diferentes tempos, um processo de amortecimento ao longo do comprimento do rio. Isto é decorrente do termo difusivo existente na equação diferencial para a onda difusiva. Estes parâmetros, como o nome indica, têm a propriedade de dispersar a energia de propagação da onda, ao longo do canal, fazendo com que a onda se espalhe e atenue os seus efeitos no processo de enchentes. Através da Figura 6 é possível verificar que, para um tempo de 5 horas, os intervalos do pico de onda são bem menores do que para um tempo de 2 horas (Figura 5).

Revista AIDIS de Ingeniería y Ciencias Ambientales: Investigación, desarrollo y práctica. ISSN 0718-378X

> Vol. 11, No.1, 110–120 6 de abril de 2018

As Figuras 4 a 6 mostram os resultados gerados a partir de uma nova simulação alterando apenas o parâmetro de declividade para $S_0 = 0.00001$. De acordo com as figuras verifica-se que os picos de onda diminuem seu valor com a mudança da declividade. De acordo com a Figura 7, cuja a declividade é $S_0 = 0.00005$, os intervalos de vazão para o tempo de 2h são [101.61; 125.51] e ao comparmos com a Figura 5, onde a declividade $S_0 = 0.00001$ para o mesmo tempo de 2h, temos uma diminuição no pico da onda, intervalos de vazão são [90.96; 111.66].





14 **Figura 6.** Comportamento da vazão ao longo do 15 espaço para $S_0 = 0.00001$, nível de corte $\alpha = 0.5$, n = 0.01 16 e t=5h.







Conclusões

A partir dos resultados, pode-se dizer que a determinação da vazão em cada seção do rio, na forma de funções de pertinência, permite avaliar os conjuntos de números *fuzzy* para diferentes níveis de pertinência, o que garante uma possibilidade real para a avaliação e quantificação das incertezas presentes no processo de escoamento.

Os resultados mostraram que o modelo de propagação de onda difusiva *fuzzy* sofre forte influência do parâmetro declividade do canal, atuando diretamente na amplitude da onda, onde é possível verificar um amortecimento da onda que aumenta à medida que a declividade do canal diminui.

Por fim, o modelo hidrodinâmico *fuzzy* mostra-se uma alternativa viável no controle da propagação da onda difusa, já que é possível determinar o comportamento da vazão para cada seção do canal natural, para diferentes níveis de pertinência, permitindo assim avaliar a influência dos parâmetros hidrodinâmicos em sua forma *fuzzy* e quantificar as incertezas presentes ao longo da propagação da onda difusa.

Referências bibliográficas

- Anderson, D. A., Tannehill, J.C., Pletcher, R.H. (1984) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Hemisphere Publishing Corporation, 3, 63-65.
- Andrade, C.F. (2006) Estudo de planícies de inundação através da análise dos parâmetros hidráulicos do canal principal e sua influência na avaliação do risco fuzzy de enchentes. Tese Universidade Federal do Ceará, Programa de pós-graduação em Engenharia Civil Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 56-66.
- Battes, P.D., Hervouet, J.M. (1999) A new method for moving-boundary hydrodynamic problems in shallow water. *Proceedings of the Royal Society of London*, **455**, 3107–3128.
- Borsuk, M.E., Stow, C.A., Reckhow, K.H. (2004) A Bayesian network of eutrophication models for synthesis, prediction, and uncertainty analysis. *Ecological Modelling*, **173**, 219-239
- Burgman, M.A. (2005) *Risks and Decisions for Conservation and Environmental Management. Ecology, Biodiversity and Conservation*. Cambridge University Press.
- Cheng, C. (1999a) Fuzzy Optimal Decisions for Multi-Objective Flood Control System of Cascade Reservoirs. *Journal* of Hydrodynamics. Series B, **11**(3), 6-13.
- Cheng, C. (1999b) Fuzzy Optimal Model for the flood control system of the upper and middle reaches of the Yangtze River. *Hydrological Sciences Journal*, **44**(4), 573-582.
- Chow, V.T. (1988) Applied Hydrology. McGraw-Hill, New York, N. Y., 572 pp
- Churchman, C.W. (1967). Free for all. Guest editorial. *Management Science*. Vol. 14, 141-142.
- Cokljat, D., Kralj,C. (1997) On choice of turbulence model for prediction of flows over river bed forms. *Journal of Hydraulics Research*, **35**(3), 355–361.
- Dietz, T., (2003). What is a good decision? Criteria for environmental decision making. *Human Ecology Review*, **10**, 33-39.
- Dorner, S., Shi, J., Swayne, D. (2007). Multi-objective modelling and decision support using a Bayesian network approximation to a non-point source pollution model. *Environmental Modelling & Software*, **22**, 211-222.
- Fenton, N., Neil, M., (2012). Risk Assessment and Decision Analysis with Bayesian Networks. CRC Press.



- Fontane, F.G., Gates, T.K. and Moncada, E. (1997), Planning Reservoir Operations with Imprecise Objectives. *Journal of Water Resources and Management*, **123**(3), 154-162.
- Gomes, V. U. (2006). Estudo comparativo dos modelos da onda cinemática e da onda difusiva na analise de propagação de cheias, em função dos parâmetros hidráulicos da bacia. Dissertação Universidade Federal do Ceará, Programa de pós-graduação em Engenharia Civil Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, pp.47-49
- Kiker, G.A., Bridges, T.S., Varghese, A., Seager, T.P., Linkov, I. (2005). Application of multicriteria decision analysis in environmental decision making. *Integrated Environmental Assessment and Management*, **1**, 95-108
- Lin, B., Shiono, K. (1995) Numerical modelling of solute transport in compound channel flows. *Journal Hydraulic Research*, **33**(6), 773–787.
- McIntosh, B.S., Ascough Ii, J.C., Twery, M., Chew, J., Elmahdi, A., Haase, D., Harou, J.J., Hepting, D., Cuddy, S., Jakeman, A.J., Chen, S., Kassahun, A., Lautenbach, S., Matthews, K., Merritt, W., Quinn, N.W.T., Rodriguez-Roda, I., Sieber, S., Stavenga, M., Sulis, A., Ticehurst, J., Volk, M., Wrobel, M., van Delden, H., El-Sawah, S., Rizzoli, A., Voinov, A. (2011). Environmental decision support systems (EDSS) development e challenges and best practices. *Environmental Modelling & Software*, 26, 1389-1402.
- O'Hagan, A. (2012). Probabilistic uncertainty specification: overview, elaboration techniques and their application to a mechanistic model of carbon flux. *Environmental Modelling & Software*, **36**, 35-48.
- Power, M., McCarty, L.S. (2006). Environmental risk management decision-making in a societal context. *Human and Ecological Risk Assessment: An International Journal*, **12**, 18-27.
- Reichert, P., Borsuk, M.E. (2005). Does high forecast uncertainty preclude effective decision support? *Environmental Modelling & Software*, **20**, 991-1001.
- Rittel, H.W.J., Webber, M.M. (1973). Dilemmas in a general theory of planning. Policy Science. 4, 155-169
- Russel, S.O., Campbell, P. F. (1996) Reservoir Operating Rules with Fuzzy Programming. *Journal of Water Resources* and Management, **122**(3), 165-170.
- Sofialidis, D., Prinos, P. (1999) Numerical study of momentum exchange in compound open channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, **125**(2), 152–165.
- Sturm, T.W. (2001) Open Channel Hydraulics, McGranHill, Singapore, 267pp. ISBN 047462-145-3
- Thomas T.G; Williams J.J.R. (1994). Large eddy simulation of turbulent flow in an asymmetric compound channel. *Journal of Hydraulic Research*, **33**(1), 27–41.
- Ye J., Mccorquodale J.A. (1998) Simulation of curved open channel flow by 3D hydrodynamic model. *Journal of Hydraulic Engineering*, **124**(7), 687–698.