Teoría del interferómetro de Sagnac de fibra de baja birrefringencia y torcida

J.M. Estudillo-Ayala,* E.A. Kuzin y B. Ibarra-Escamilla
Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica
Apartados postales 51 y 216, 72000 Puebla, Pue., Mexico
*e-mail: julian@inaoe.p.mx

R. Rojas-Laguna
Facultad de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Electrónica Universidad de Guanajuato
Guanajuato, Gto., Mexico

Recibido el 11 de enero de 2001; aceptado el 7 de febrero de 2001

El interferómetro de Sagnac de fibra de baja birrefringencia y torcida en la región lineal es numéricamente examinado, se muestra un método para medir la birrefringencia en las fibras y rotación de los ejes dentro de la fibra del lazo del interferómetro.

Descripciones: Fibra óptica; birrefringencia

The fiber Sagnac interferometer of low birefringence and twist in the lineal region is examined numerically, a method is shown to measure the birefringence in the fibers and rotation of the axes inside of the interferometer fiber loop.

Keywords: Optical fiber; birefringence

PACS: 42.81.Cn; 42.81.Gs

1. Introducción

Con la aparición del interferómetro de Sagnac de fibra óptica en 1976 por Vali et al. [1] surgieron muchas aplicaciones de éste, una de las más recientes es la de ocuparlo como multiplexor [2], espejo no lineal [3], como sensor de fibra [4, 5] y alguna otra. La mayor parte de estos trabajos propuestos con el interferómetro de Sagnac son hechos con fibras de alta birrefringencia, pero existen muy pocas investigaciones con el interferómetro de fibra de baja birrefringencia y es por eso nuestro interés por investigar algunos puntos importantes de este interferómetro. En este trabajo se examina numéricamente el interferómetro de Sagnac lineal construido de fibra torcida de baja birrefringencia y con acoplador. Se hacen simulaciones numéricas con un acoplador de baja birrefringencia. Se analiza este interferómetro con diferentes grados de torsión en los brazos, así como también se analiza con diferentes grados de birrefringencia en el lazo del interferómetro.

2. Descripción del arreglo

El interferómetro mostrado en la Fig. 1, consiste de un acoplador direccional de fibra con la salida de los puertos 3 y 4 conectados al lazo de fibra de baja birrefringencia por medio de dos conectores (C1 y C2), el acoplador tiene una razón de división de amplitud igual a α. Los conectores se pueden rotar en ambos sentidos para poder torcer la fibra del lazo. Se puede fijar un conector y el otro se puede girar para ir torciendo la fibra gradualmente un cierto número de vueltas. El haz es introducido por el puerto 1 al llegar al acoplador es dividido en dos hacia el puerto 3 y 4 viajando los haces en sentidos opuestos dentro del lazo de fibra del interferómetro y vuelven al acoplador donde se produce la interferencia. Después en el puerto 1 tenemos un haz reflejado con un campo eléctrico denominado \( E_1 \) y por el puerto 2 un haz transmitido con un campo eléctrico \( E_2 \).

La relación general que describe los campos de salida del interferómetro se obtuvo de la Ref. 3. Si el haz de entrada tiene un campo eléctrico dado por \( E_1 \), el campo transmitido está dado por

\[
E_2 = \left( \begin{array}{c} E_{2x} \\ E_{2y} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cc} (2\alpha - 1)J_{xx} & (1 - \alpha)J_{y \alpha} + \alpha J_{yx} \\ -\alpha J_{2y} & (1 - 2\alpha)J_{zz} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} E_{1x} \\ E_{1y} \end{array} \right). \tag{1} \]
La matriz \( J \) es la matriz de Jones del lazo del interferómetro, y se compone de la multiplicación matricial de cada uno de los elementos involucrados en el lazo del interferómetro:

\[
J = B_1 \ast C_1 \ast F_L \ast C_2 \ast B_2,
\]

(2)
donde \( B_1 \) es una matriz que representa la sección de fibra de un brazo de fibra del acoplador y que se une por medio de un conector a la fibra del lazo de baja birrefringencia:

\[
B_1 = \begin{pmatrix} P_1 & Q_1^* \\ Q_1 & P_1^* \end{pmatrix},
\]

(3)

\[
P_1 = \cos \eta_0 - j \left( \frac{\delta_{1 \theta}}{2} \right) \frac{\sin \eta_0}{\eta_0},
\]

(4)

\[
Q_1 = \left( \frac{\delta_{c1}}{2} \right) \frac{\sin \eta_0}{\eta_0},
\]

(5)

\[
\eta_0 = \sqrt{\left( \frac{\delta_{1 \theta}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\delta_{c1}}{2} \right)^2},
\]

(6)
donде \( \delta_{1 \theta} = (2\pi/\lambda)L_1 \Delta n \), se le llama retardancia lineal, \( L_1 \) es la longitud de la fibra del brazo, \( \lambda \) longitud de onda, \( \Delta n = n_1 - n_2 \) es conocida como la birrefringencia lineal y la longitud de repetición está definida como \( L_6 = \lambda/\Delta n \) [6], \( \delta_{c1}/2 = (1 - g/2) t_1 \). Para fibra de silicio \( g \approx 0.16 \) [7] y \( t_1 \) es la razón de torsión para el brazo \( B_1 \) en radianes por metro. \( C_1 \) representa la orientación de los ejes principales de la fibra del acoplador del puerto 3 con respecto a los ejes de laboratorio en la entrada del lazo (Conector \( C_1 \)):

\[
C_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix},
\]

(7)

\( F_L \) es una matriz que describe a la fibra del lazo de baja birrefringencia y que se tuerce una de sus puntas por medio de un conector rotatable:

\[
F_L = \begin{pmatrix} P & Q^* \\ Q & P^* \end{pmatrix},
\]

(8)

\[
P = \cos \eta - \pi j L_n \frac{\sin \eta}{\eta},
\]

(9)

\[
Q = \left( \psi_0 L_n + \frac{\delta_{c1}}{2} \right) \frac{\sin \eta}{\eta},
\]

(10)

\[
\eta = \sqrt{\left( \pi L_n \right)^2 + \left( \psi_0 L_n + \frac{\delta_{c1}}{2} \right)^2},
\]

(11)
donde \( L_n \) es la razón de la longitud del lazo sobre longitud de repetición, \( \psi_0 \) es la orientación de los ejes de la fibra y \( \delta_{c1}/2 = (1 - g/2) t_1 \), \( t \) es la razón de torsión para la fibra de lazo en radianes por unidad de longitud.

\( C_2 \) representa la orientación de los ejes de la fibra del acoplador del puerto 4 con respecto a la fibra del lazo:

\[
C_2 = \begin{pmatrix} \cos (\psi_0 L_n + t) & -\sin (\psi_0 L_n + t) \\ \sin (\psi_0 L_n + t) & \cos (\psi_0 L_n + t) \end{pmatrix},
\]

(12)
donde \( \psi_0 \) es el ángulo de rotación de los ejes principales de la fibra, \( t \) es la razón de torsión de la fibra en radianes por unidad de longitud y \( L_n \) es la razón de longitud del lazo sobre longitud de repetición. \( B_2 \) es una matriz que representa la sección de fibra del brazo de fibra del puerto 4 del acoplador y que se une por medio de un conector a la fibra del lazo de baja birrefringencia:

\[
B_2 = \begin{pmatrix} P_1 & Q_1^* \\ Q_1 & P_1^* \end{pmatrix},
\]

(13)

\[
P_2 = \cos \eta_2 - j \left( \frac{\delta_{1 \theta_2}}{2} \right) \frac{\sin \eta_2}{\eta_2},
\]

(14)

\[
Q_2 = \left( \frac{\delta_{c2}}{2} \right) \frac{\sin \eta_2}{\eta_2},
\]

(15)

\[
\eta_2 = \sqrt{\left( \frac{\delta_{1 \theta_2}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\delta_{c2}}{2} \right)^2},
\]

(16)

La secuencia de los elementos de la matriz de Jones es como se muestra en la Ec. (2), que es la matriz de Jones para el lazo de nuestro interferómetro con fibra uniformemente torcida. La intensidad transmitida es igual a doble de \( K \) es una constante que depende de las unidades que se estén utilizando. La transmitancia de salida es igual a

\[
T = \frac{I_{out}}{I_{in}},
\]

(17)
donde \( I_{out} = K |E_1|^2 \).

Las Ecs. (3)–(7) fueron sustituidas en la Ec. (2) y esta a su vez en la Ec. (1), la cual se sustituyó en la Ec. (8) y fueron simuladas numéricamente para diferentes dependencias de la Fig. 2 a la Fig. 7. En estos cálculos la longitud de los brazos como la razón de torsión de los brazos \( (B_1 \) y \( B_2 \) son iguales, lo que variamos es la longitud de la fibra y la razón de torsión del lazo \( (F_L) \).

En la Fig. 2 se muestra la dependencia de la transmitancia a la salida del interferómetro contra la razón de torsión para diferentes longitudes de la fibra \( (L) \), estas longitudes de la fibra equivalen a la longitud de repetición más una mitad de la misma longitud de repetición, en esta gráfica se puede observar que para razones de torsión cero tenemos transmitancia igual a cero. Conforme torcemos en ambos sentidos con una torsión mayor de un radian podemos encontrar siempre un máximo de transmitancia que se acerca a 1, para cuando tenemos longitudes de la fibra con razones de \( L/L_6 = 1.5, 2.5, \ldots, 15.5, 16.5, \ldots, N + 1/2 \). En esta figura también se observa que los dos máximos centrales se logran con menor grado de torsión en la fibra del lazo y son los que tienen mayor transmitancia, los demás máximos tienen menor cantidad de transmitancia pero se logran con mayor grado de torsión en la fibra del lazo del interferómetro.

En la Fig. 3 se muestra la dependencia de transmitancia contra razón de torsión para longitudes de la fibra igual a números enteros del valor de la longitud de repetición. En
FIGURA 2. Dependencia de transmitancia contra razón de torsión para longitudes de la fibra igual a razones de $L/L_b$, con valores enteros más $1/2$.

FIGURA 3. Dependencia de transmitancia contra razón de torsión para longitudes de la fibra igual a razones de $L/L_b$, con valores enteros.

FIGURA 4. Dependencia del primer máximo de transmitancia de salida contra la razón entre la longitud de la fibra $L$ y la longitud de repetición $L_b$ para razones de $L/L_b$ desde $0$ hasta $1$.

do la longitud de repetición $L_b$. Mediante esta figura podemos encontrar la birrefringencia de una fibraóptica, es decir experimentalmente obtenemos la transmitancia máxima con el interferómetro de Sagnac para una longitud de la fibra $L$, conociendo dicha transmitancia podemos conocer el valor de la razón de $L/L_b$ y con ayuda de la figura, como conocemos la longitud de la fibra podemos obtener el valor de $L_b$ y finalmente podemos conocer el valor de $\Delta n$.

Si consideramos un cambio en la rotación de los ejes principales de la fibra del lazo del interferómetro manteniendo constante la razón de la longitud del lazo/longitud de repetición ($L_n$), así como también la birrefringencia de los brazos, se encuentra una dependencia de la transmitancia contra el grado de torsión de la fibra considerando la rotación de los ejes cuando tenemos una razón de longitud de la fibra/longitud de repetición igual a $0.5$ como se muestra en la Fig. 5, en donde podemos darnos cuenta que hay una asimetría en los máximos principales, uno de los máximos es mayor que el otro, conforme se aumenta el ángulo de rotación de los ejes la asimetría crece. En esta gráfica se muestra que cuando tenemos $\psi_0 = (1/4)\pi, (1/2)\pi, (3/4)\pi$ existe cierta rotación de los ejes como se muestra en la Fig. 4, donde tenemos la dependencia de transmitancia contra grado de torsión de la fibra para diferentes ángulos de rotación de los ejes.

La gráfica de la Fig. 6 muestra la dependencia del promedio de la suma de los 2 primeros máximos de transmitancia (en la Fig. 5 se observan los 2 máximos principales asimétricos) contra la razón de rotación de los ejes, en esta gráfica podemos observar que la suma de las transmitancias de los dos primeros máximos es constante al ir variando la rotación de los ejes principales de la fibra. Como resultado podemos decir que no importa que los máximos estén asimétricos, el promedio siempre va a ser constante para cada longitud de la fibra.

La siguiente simulación matemática surge de querer conseguir algún método práctico para medir la rotación de los ejes del lazo de la fibra, el cálculo que se hizo para obte-
FIGURA 5. Dependencia teórica de la transmisión contra el grado de torsión de la fibra considerando diferente ángulo de rotación de los ejes para cuando tenemos $L_n = 0.5$.

FIGURA 6. Dependencia del promedio de los 2 primeros máximos contra la razón de rotación de los ejes principales de la fibra.

FIGURA 7. Dependencia de la suma de los dos máximos principales contra razón de rotación de los ejes principales de la fibra del lazo del interferómetro.

3. Conclusiones

Se examinó numéricamente el interferómetro de Sagnac, y se demostró que para longitudes de fibra del lazo igual a longitudes de repetición más $1/2$ se obtiene alta transmisión ($\approx 1$) con una razón de torsión de la fibra del lazo de un poco más de un radián, y para longitudes de la fibra del lazo igual a longitudes de repetición más $1$, obtenemos bajas transmisiones con la misma razón de torsión que en las otras longitudes, necesitamos mayor grado de torsión para obtener altas transmisiones.

Presentamos un método para medición de bajas birrefringencias en fibras ópticas en el cual sólo se necesita conocer los dos primeros máximos de transmisión del interferómetro cuando se tuerce una de las puntas de la fibra del lazo y no es necesario usar luz polarizada. Mostramos un método para medir la rotación de los ejes principales de la fibra.

Agradecimientos

Este trabajo fue apoyado por el CONACyT, proyecto No. 28498A.