

Detección de pistón por polarimetría

J. Salinas-Luna y E. Luna-Aguilar

*Observatorio Astronómico Nacional, Instituto de Astronomía, OAN, IA-UNAM
Apartado Postal 877, Ensenada, B.C., 22830, México,
Tel: (01-646)1 74 45 80 y 74 45 48, ext 250, 239,
e-mail: jsl@astroten.unam.mx, eala@astroten.unam.mx*

A. Cornejo-Rodríguez

*Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica, INAOE,
Apartado Postal 216, Puebla Pue. 72000, México,
Tel: (01-222)2 47 20 11
e-mail: acornejo@inaoep.mx*

Recibido el 30 de mayo de 2003; aceptado el 8 de diciembre de 2003

Reportamos un método cualitativo para detectar errores de pistón en una superficie óptica segmentada. Esta prueba es realizada iluminando una superficie segmentada con un frente de onda esférico proveniente de un haz linealmente polarizado. El comportamiento angular de los vectores de polarización en el haz reflejado es analizado haciendo mediciones experimentales de los parámetros de Stokes U y Q, rotando el analizador para cuatro posiciones (0, 45, 90 y 135 grados). El espejo utilizado para esta prueba tiene 20 y 120 cm de diámetro y radio de curvatura paraxial, respectivamente.

Descriptores: Espejos segmentados; cofaseo; polarización; detección de pistón; alineación de la fase; senso de curvatura.

We report a qualitative method to detect piston errors in an optical segmented surface. The test consists of illuminating a segmented surface, with a spherical wavefront coming from a linearly polarized beam. The behavior of the vectors of polarization of the light in the reflected beam are analyzed doing the experimental measurement of the Stokes parameters U and Q, rotating the analyzer for four positions of 0, 45, 90 and 135 degrees. The mirror used for this test has 20 and 120 centimeters for the diameter and the paraxial radius of curvature, respectively.

Keywords: Segmented mirrors; polarization; cophasing and piston detection; curvature sensing.

PACS: 42.79.-e

1. Introducción

Se presenta una propuesta cualitativa para detectar el término de pistón en una superficie segmentada. La idea es hacer uso de una prueba de polarimetría para observar cambios en el estado de polarización de la luz después de que ésta se refleje en una superficie esférica segmentada.

La motivación para usar una prueba de polarimetría surge de una técnica de observación astronómica, donde una manera de conocer el estado de polarización de objetos celestes es a través de esta prueba. La aplicación de la polarimetría data desde comienzos del siglo antepasado, cuando Arago detectó luz polarizada proveniente de la Luna [1]. El estudio de la polarimetría de cuerpos celestes, para algunos astrónomos, es una técnica que presenta muchas dificultades técnicas para poder llevarla a cabo y, para otros, resulta ser una técnica ventajosa que se usa con telescopios de diámetros grandes, debido a que para este tipo de superficies se cuenta con un área de captación grande y requiere en general de una alta señal al ruido [2].

La polarización de la radiación de un cuerpo celeste es la distribución angular no aleatoria de los vectores eléctricos de fotones de luz que forman parte de un haz que se encuentra irradiando.

Como se sabe, son dos los tipos más comunes de polarización: la lineal y la circular [3]. Para el caso de polarización

lineal los vectores eléctricos son paralelos y su dirección es constante, mientras que para la polarización circular el ángulo de los vectores eléctricos rotan, con el tiempo, a la frecuencia de la radiación.

Una prueba óptica que relaciona el estado de polarización de la luz, después de la reflexión mediante cambios en su fase relativa, es la elipsometría o polarimetría [4,5]. Ambos conceptos están mutuamente relacionados, por lo que se considera preciso aclarar cada uno de ellos.

La elipsometría y polarimetría son dos conceptos que estudian el estado de polarización de la luz de acuerdo a las definiciones y convenciones que empleó Muller [6], pero pueden definirse de varias formas según Azzam [5]. La elipsometría es la medida del estado de la elipse de polarización de una onda electromagnética monocromática o cuasi-monocromática que se propaga transversalmente. Si esta onda se encuentra polarizada totalmente, su vector eléctrico describe una única vibración de esta elipse y ella puede ser lineal o circular. Mientras que polarimetría mide el estado de polarización de la luz, pero solamente de la parte parcialmente polarizada. Si el vector de campo eléctrico se encuentra parcialmente polarizado, la medición total de la elipse de polarización de la onda debe ser complementado por medio del grado de polarización de este vector-onda. En este caso, la medida de la elipse de polarización y el grado de polarización de la onda deben ser llamados polarimetría. Así, se

puede considerar a la elipsometría como un caso especial de la polarimetría.

En metrología, la elipsometría se usa para medir algunas propiedades ópticas, tales como grosores de películas delgadas [7,8], índices de refracción de depósitos muy delgados [9-11], de forma más conveniente que la interferometría, ya que se requiere medir grosores del orden de angstroms.

Las propiedades de la luz parcialmente elíptica están completamente definidas por cuatro componentes llamados parámetros de Stokes [12], los cuales fijan la intensidad de la luz no polarizada, el grado de elipticidad, la dirección del eje mayor de la elipse y el sentido (rotación izquierda o derecha) de la luz polarizada.

Por otro lado, la polarimetría es una técnica que mide el estado de polarización de la luz antes y después de incidir en un medio formado por una o varias superficies ópticas, con el propósito de obtener información acerca de la interfase [5].

Algunos mecanismos básicos que pueden cambiar el estado de polarización de la luz, pueden ser: la refracción o reflexión oblicua en la interfase de dos medios ópticos similares, la propagación de la luz a través de un medio anisótropo voluminoso [13], el esparcimiento por un sistema de partículas y la difracción en objetos y bordes.

El estado de polarización de la luz que se analiza en este trabajo es considerando el concepto de polarimetría, quedando completamente definido por los parámetros de Stokes [1]. Éstos, como se muestra más adelante, se utilizan para analizar el proceso de reflexión sobre una superficie esférica segmentada y obtener, a partir de ellos, variaciones en el ángulo promedio de polarización de vectores que representan al campo eléctrico, provocados por el término de pistón. La prueba de polarimetría discutida en este trabajo, funciona al mismo tiempo con un sistema de referencia (la prueba de ronchi) sólo para garantizar que los segmentos de la superficie segmentada no se inclinen.

El orden de la presentación de este trabajo es: la propuesta de detección de términos de pistón; funcionamiento de la prueba de polarimetría aplicada a una superficie segmentada, obtención del ángulo de polarización promedio para cada segmento; y finalmente damos nuestras conclusiones.

2. Prueba de polarimetría para un espejo segmentado

La prueba de polarimetría utiliza la prueba de ronchi como sistema de referencia [14] (Fig. 1). Por tratarse de una superficie segmentada con pistón, en cada segmento las franjas de ronchi tienen diferente frecuencia, y si los segmentos se encuentran libres de inclinaciones y aberraciones, la franja de ronchi central en ambos segmentos coincide, solo que con frecuencia diferente (Fig. 1). Con la prueba de ronchi se alinea previamente la superficie segmentada (Fig. 2). Esta calibración inicial es llevada a cabo por unos pico-motores que trabajan como actuadores, con una precisión menor a 30 nanómetros, se encargan de corregir errores de *tip/tilts* y

pistón antes de la evaluación del ángulo promedio de polarización en cada segmento. En la Fig. 2 se muestra el esquema experimental de la prueba de polarimetría y su sistema de referencia, aplicada a una superficie segmentada.

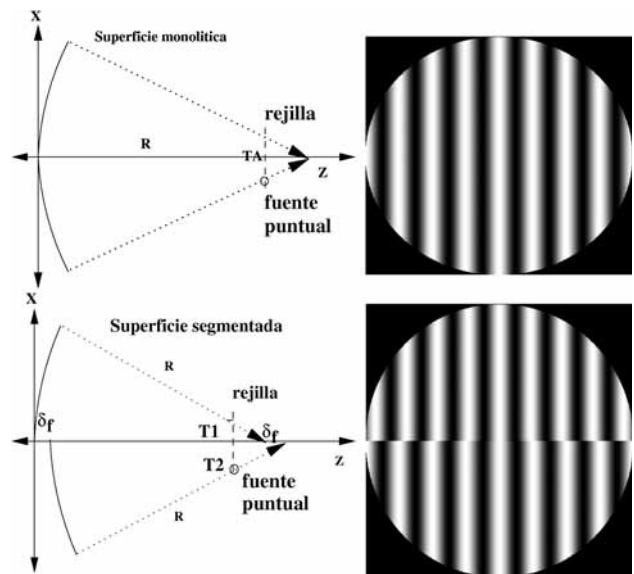


FIGURA 1. Comparación de la prueba clásica de Ronchi aplicada a una superficie monolítica y segmentada. TA, T1 y T2 son las aberraciones transversales detectadas en cada caso, R es el radio de curvatura de la superficie, x es el diámetro y δ_f es el término de pistón. Los rayos de luz que emite la fuente puntual se omiten para no confundir los diagramas.

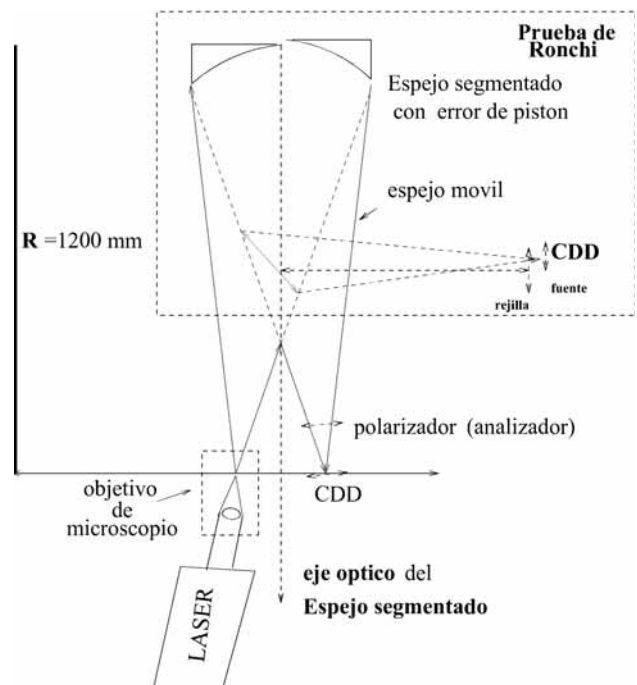


FIGURA 2. Dispositivo experimental para polarimetría y su sistema de referencia.

Una vez llevada a cabo la pre-alineación de los segmentos de la superficie segmentada, se aplica un proceso fino de alineación con la prueba de polarimetría para obtener los parámetros de Stokes. Éstos se obtienen haciendo incidir sobre los segmentos un frente de onda esférico linealmente polarizado, cercano al eje óptico; con esto, la imagen es contenida sin deformación en el detector. Las imágenes de los segmentos iluminados por dicho haz de luz para diferentes posiciones del polarizador (utilizado como analizador) conducen a la estimación de los parámetros de Stokes cuya discusión se da en la próxima sección.

3. Ángulo de polarización

Para aclarar la nomenclatura que usaremos, hacemos un resumen de los principios básicos de polarización. Partimos del caso más general de polarización, que es el caso de luz elípticamente polarizada (Fig. 3). Como se sabe, los demás estados de polarización son casos particulares de éste tipo de polarización [3].

Se pueden expresar las componentes del vector campo eléctrico de la luz, en sus componentes ortogonales, definidos a lo largo del eje z de propagación, como

$$E_x(t) = E_{ox} \cos(kz - \omega t), \tag{1}$$

$$E_y(t) = E_{oy} \cos(kz - \omega t + \delta), \tag{2}$$

donde k , ω , δ , E_{ox} y E_{oy} son el número de onda, la frecuencia angular, la diferencia de fase y, entre las componentes x y y , sus amplitudes respectivamente. Además, el campo eléctrico resultante es $E(t) = E_x(t) + E_y(t)$.

Haciendo un promedio en un tiempo largo y utilizando algunas propiedades trigonométricas, se puede expresar que

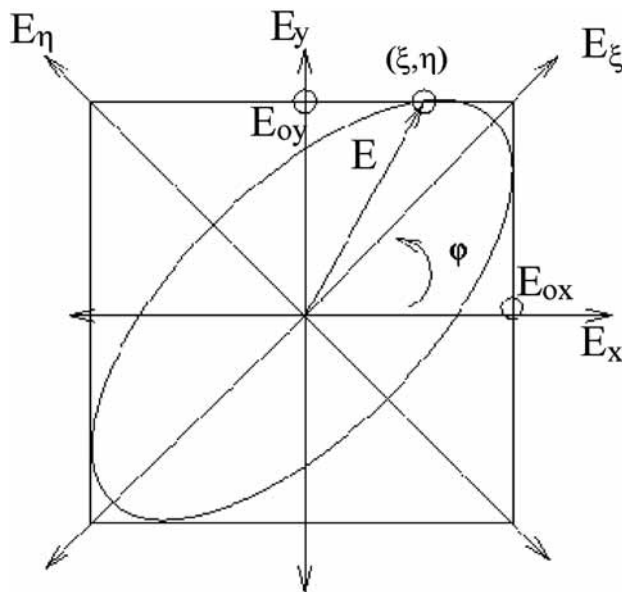


FIGURA 3. Ángulo de polarización.

la ecuación general para la polarización es

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\delta = \sin^2\delta. \tag{3}$$

Si en esta última ecuación se considera que la elipse de polarización se encuentra en un sistema rotado con coordenadas (ζ, η) , haciendo un ángulo φ el eje mayor de la elipse con el eje x , tal y como se muestra en la Fig. 3, entonces para cada componente tenemos las dos siguientes ecuaciones:

$$E_x = E_\zeta \cos\varphi - E_\eta \sin\varphi, \tag{4}$$

$$E_y = E_\zeta \sin\varphi + E_\eta \cos\varphi. \tag{5}$$

Substituyendo las Ecs. (4) y (5) en la Ec. (3), y utilizando la identidad trigonométrica

$$\tan(2\varphi)' = \frac{2 \tan \varphi}{1 - \tan^2 \varphi}, \tag{6}$$

podemos expresar la Ec. (6) como

$$\tan(2\varphi) = \frac{2E_{ox}E_{oy} \cos \delta}{E_{ox}^2 - E_{oy}^2}; \tag{7}$$

así, el ángulo de polarización en función de la diferencia de fase δ , se expresa como

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2E_{ox}E_{oy} \cos \delta}{E_{ox}^2 - E_{oy}^2}\right). \tag{8}$$

La Ec. (8) se encuentra en función de los conocidos parámetros de Stokes, ya que

$$U = 2E_{ox}E_{oy} \cos \delta, \tag{9}$$

y

$$Q = E_{ox}^2 - E_{oy}^2, \tag{10}$$

quedando la diferencia de fase implícita en el parámetro de Stokes U . Entonces, si se substituyen las Ecs. (9) y (10) en la Ec. (8) se puede expresar que

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{U}{Q}\right). \tag{11}$$

Esta ecuación relaciona el ángulo de polarización φ con los parámetros de Stokes U y Q . Por lo tanto, las variaciones en el ángulo promedio de polarización se obtienen del comportamiento de la dirección promedio de N vectores de un haz de luz que incide en cada segmento de la superficie segmentada. Matemáticamente lo anterior se expresa como

$$\bar{\varphi} = \sum_{i=1}^N \frac{\varphi_i}{N}. \tag{12}$$

4. Obtención de los parámetros de Stokes

Los parámetros de Stokes están definidos como la intensidad para cierto ángulo de posición del polarizador que se utiliza

como analizador $I(\varphi)$ [12] (Fig. 2). En este caso, estas intensidades son imágenes del haz reflejado por el espejo segmentado y adquiridas por un CCD. Es conocido que los parámetros de Stokes son cuatro, I, Q, U y V; el parámetro I normaliza a U, y a Q, mientras que el parámetro V es cero por tratarse de luz incidente linealmente polarizada. La obtención de los parámetros de Stokes consiste en obtener la intensidad de la fuente proyectada por la superficie segmentada en un plano de detección, en este experimento, es cercano al radio de curvatura paraxial de la superficie, mediante una secuencia de imágenes para cuatro diferentes ángulos de rotación del analizador.

Matemáticamente los parámetros de Stokes (obtenidos de forma experimental en este trabajo), se expresan en función de la rotación del analizador para cuatro ángulos, de la siguiente forma [1,12]:

$$\frac{Q}{I} = \frac{I(0^\circ) - I(90^\circ)}{I(0^\circ) + I(90^\circ)}, \tag{13}$$

$$\frac{U}{I} = \frac{I(45^\circ) - I(135^\circ)}{I(45^\circ) + I(135^\circ)}. \tag{14}$$

La manera de cuantificar errores de pistón en una superficie segmentada es estimando las variaciones en el ángulo promedio de polarización φ , de vectores que representan el estado de polarización de la luz, después de reflejarse en cada segmento de espejo (Fig. 4). Esta figura contiene las intensidades de los espejos para cuatro ángulos de rotación diferentes; de la suma y resta de estas intensidades se obtienen los parámetros de Stokes.

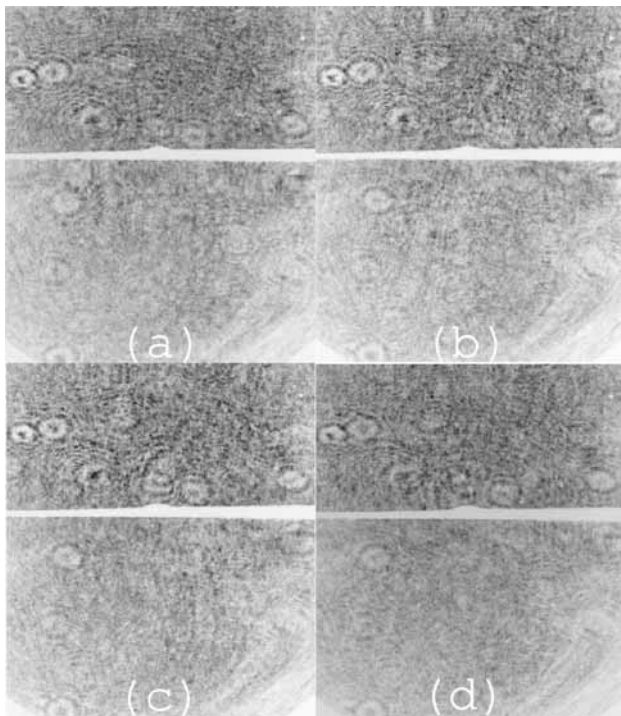


FIGURA 4. Intensidades reflejadas por el espejo segmentado para cuatro rotaciones del polarizador, a) $I(0^\circ)$, b) $I(45^\circ)$, c) $I(90^\circ)$ y d) $I(135^\circ)$.

5. Construcción de los vectores de polarización

Los vectores de polarización son generados después de obtener los parámetros de Stokes a partir de la imagen, éstos se obtienen promediando los parámetros U y Q [Ecs. (13) y (14)] para los dos segmentos de espejo. De estos valores promedio se obtiene la magnitud de los parámetros de Stokes, que es la cantidad de luz polarizada I_p :

$$I_p = (Q^2 + U^2 + V^2)^{\frac{1}{2}}; \tag{15}$$

en este caso $V = 0$, por estar considerando sólo cambios en el estado de polarización de luz linealmente polarizada. Entonces para cada valor promedio de parámetro U y Q, se obtiene el ángulo de polarización que es igual a

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{U}{Q} \right). \tag{16}$$

Conociendo la magnitud I_p y el ángulo de polarización φ , de la luz polarizada se puede formar un vector para cada parámetro U y Q promedio, donde las componentes de dicho vector (x, y) son (Fig. 5)

$$x = I_p \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right), \tag{17}$$

$$y = I_p \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right). \tag{18}$$

Con las componentes x, y de cada parámetro de Stokes se generan los vectores de polarización trazando una línea que va desde los puntos (x_0, y_0) a los puntos donde surgen sus

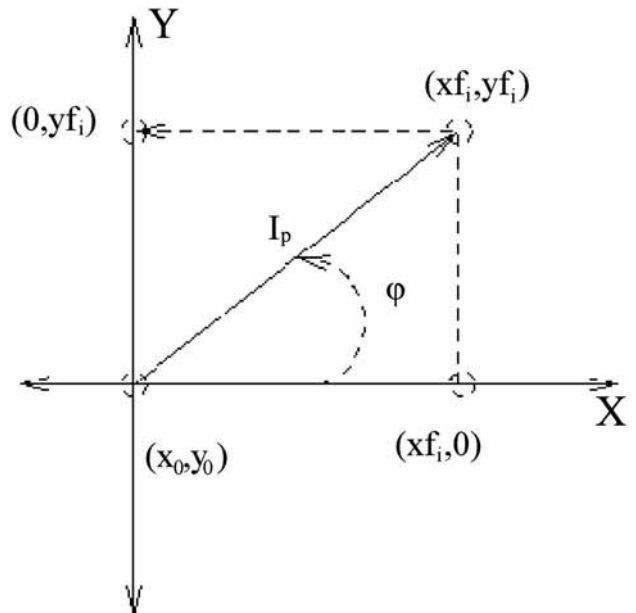


FIGURA 5. Construcción de un vector de polarización para cada punto sobre el espejo.

componentes, $(xf_i, 0)$ y $(0, yf_i)$ sobre la imagen, por lo que el estado de polarización de la luz de cada vector tiene las coordenadas

$$xf_i = x_0 + x_i, \tag{19}$$

$$yf_i = y_0 + y_i. \tag{20}$$

6. Resultados de polarimetría

A continuación se muestran algunos gráficos que representan el comportamiento del ángulo de polarización promedio de los vectores de polarización en una superficie segmentada con la prueba de polarimetría (Fig. 6).

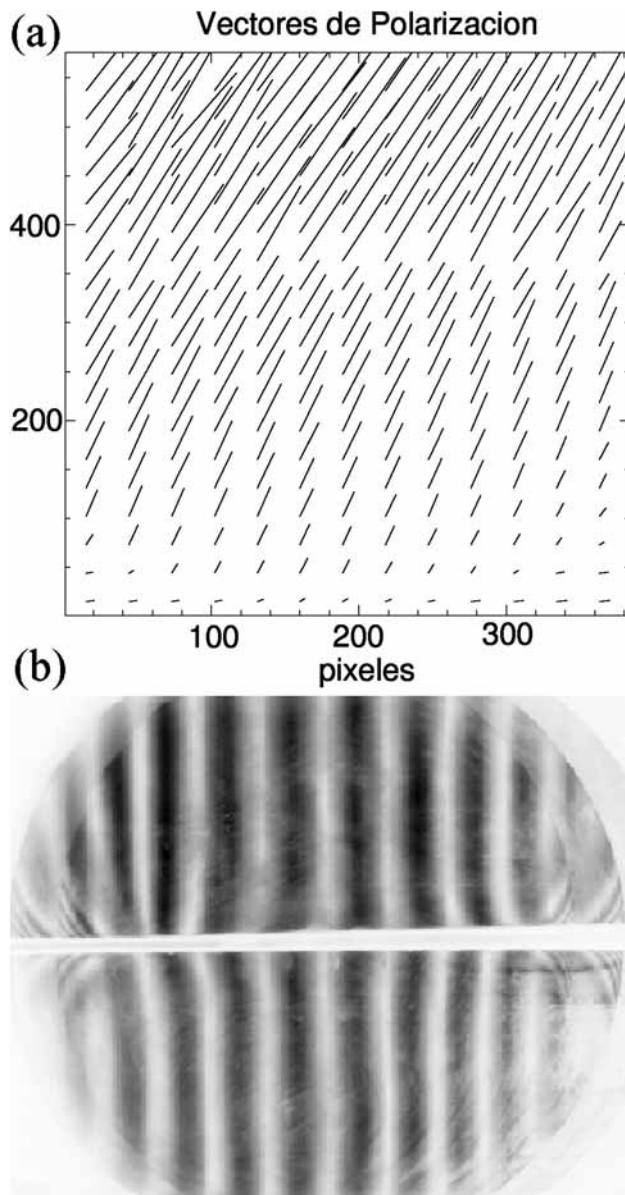


FIGURA 6. a) Comportamiento de vectores de polarización obtenidos con la prueba de polarimetría para un espejo segmentado. b) Ronchigrama de referencia.

En la Fig. 6a, se inicia la alineación de la superficie segmentada con la prueba de polarimetría. Los vectores de polarización del segmento superior tienen un ángulo de polarización promedio de $60^{\circ}23'40.35''$, mientras que los vectores de polarización para el segmento inferior tienen un ángulo de $29^{\circ}9'34.22''$. Para este caso, la diferencia en *pixeles* que se obtuvo por el método de correlación de intensidades vs posición, fue de $\Delta_{pix} = 0.071 \text{ pixeles}$, equivalentes a un error de pistón de 1.647λ , la precisión de *sub-pixeles* se obtuvo al hacer un ajuste parabólico a la curva de correlación (ver

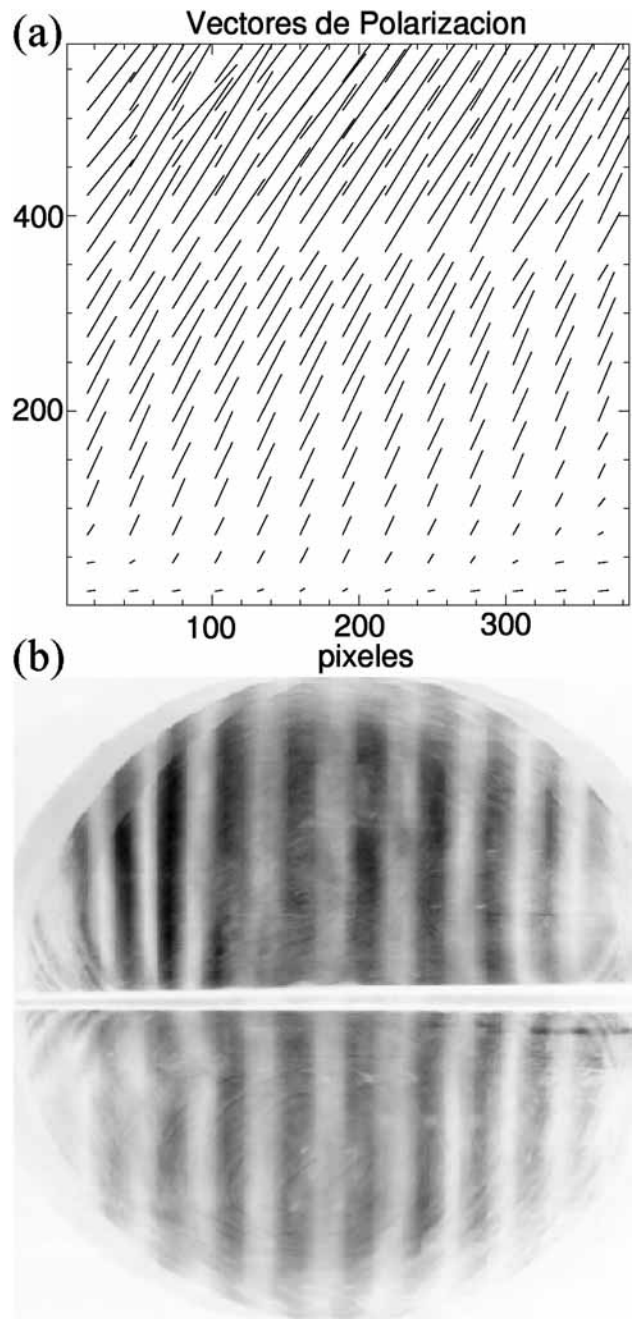


FIGURA 7. a) Comportamiento de vectores de polarización obtenidos con la prueba de polarimetría, para un espejo segmentado. b) Ronchigrama de referencia.

Refs. 14 y 15) para mayor información). Este error de pistón fue comparado con la longitud de onda de un láser HeNe de 0.632 micrómetros. En la Fig. 6b, se encuentra el ronchigrama de referencia, donde las franjas de ronchi tienen una frecuencia en los bordes de los segmentos diferente, esto significa que la pre-alineación de los segmentos no es suficiente para considerar la superficie cofaseada (Fig. 7).

En la Fig. 7a, se muestran los vectores de polarización, aparentemente tienen un ángulo de inclinación similar, pero en el segmento de abajo considerado de prueba existe una diferencia con respecto al segmento de referencia. Para este caso la diferencia en *pixeles* es $\Delta_{pix} = 0.047 \text{ pixeles}$, equivalentes a un valor de pistón=0.692 micrómetros, aproximadamente λ . Para el segmento superior se obtuvo que los vectores de polarización tienen un ángulo promedio $64^\circ 32' 58.46''$,

diferente a los vectores de polarización del segmento inferior cuyo ángulo es de $68^\circ 30' 33.36''$. En la Fig. 7b se tiene el ronchigrama de referencia, nótese que en la interfase algunas franjas de ronchi no coinciden aún en frecuencia en ambos segmentos, esto se debe a que la superficie tiene pistón (Fig. 8).

En la Fig. 8a, se ha reducido el error de pistón en la superficie segmentada, observándose en los vectores de polarización una orientación del ángulo de polarización más uniforme en ambos segmentos que los casos anteriores, cuando se tiene un error de pistón mayor. Se puede observar en la Fig. 8a, que los segmentos al entrar en fase, causan que los vectores sean paralelos en ambos segmentos. En la Fig. 8b, las franjas del ronchigrama de referencia coinciden para ambos segmentos, lo cual significa que tienen una frecuencia

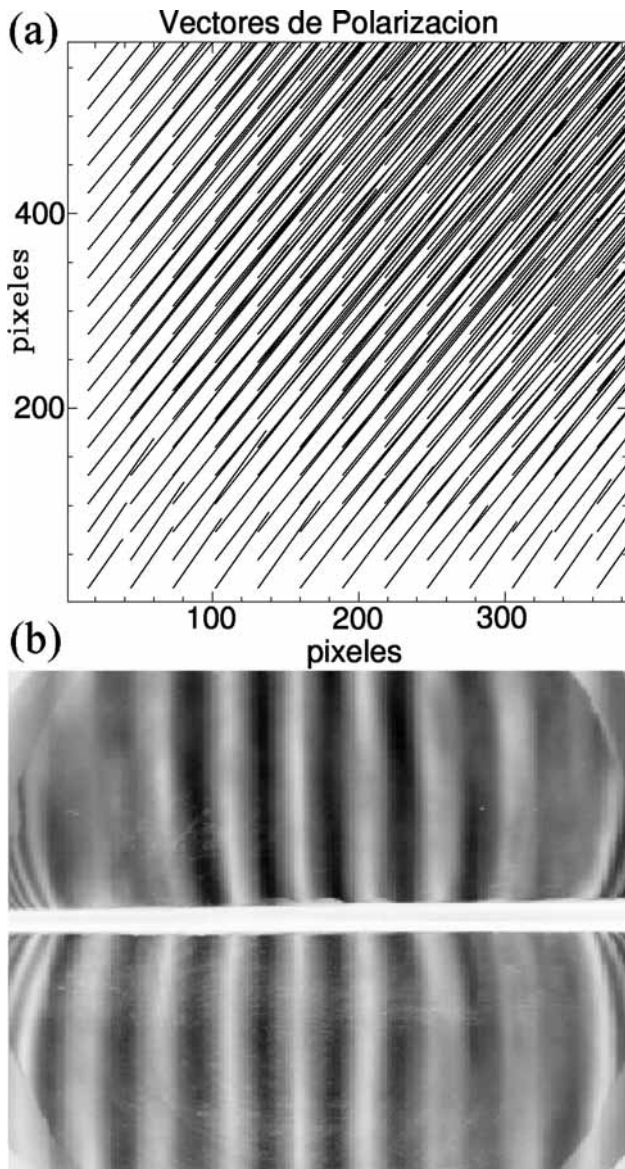


FIGURA 8. a) Comportamiento de vectores de polarización obtenidos con la prueba de polarimetría para un espejo segmentado. b) Ronchigrama de referencia.

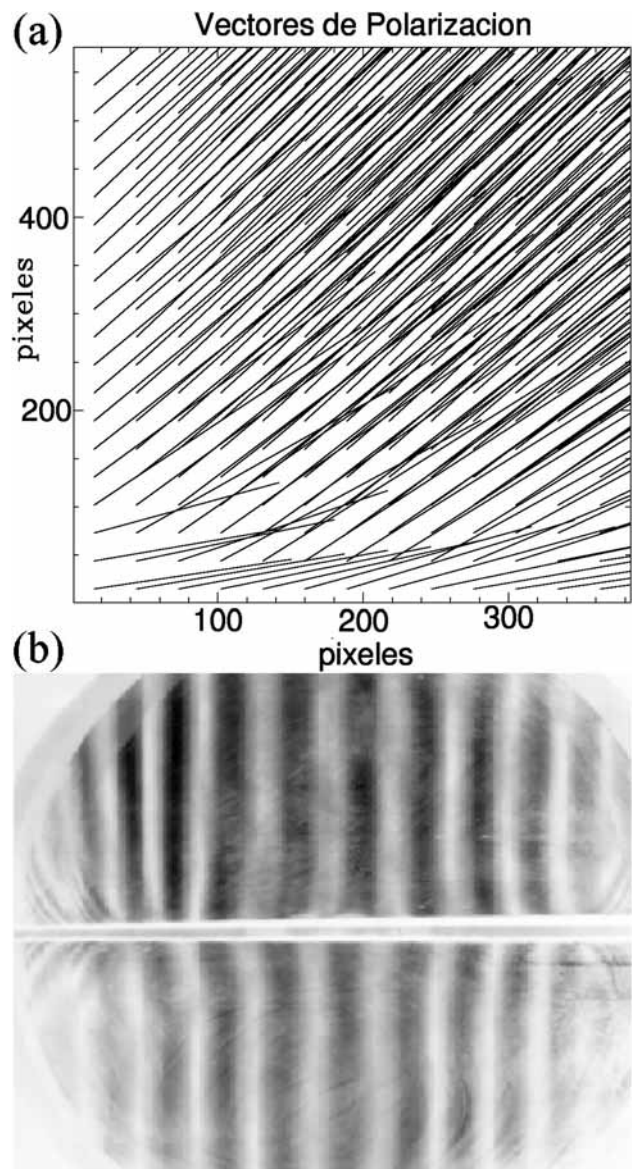


FIGURA 9. a) Comportamiento de vectores de polarización para cuando los segmentos se encuentran con tip/tilt. b) Ronchigrama de referencia.

o ancho similar y por lo tanto la superficie esta muy próxima a considerarse cofaseada, que es cuando el error de pistón es $\leq \lambda/10$ [16-19]. En este caso el valor del ángulo de polarización para los vectores del segmento superior fue de $61^{\circ}56'11.49''$ y en el segmento inferior el ángulo de polarización fue de $61^{\circ}57'14.85''$. Por el método de correlación de las curvas de intensidad vs posición se obtuvo una diferencia en *pixeles* de $\Delta_{pix} = 0.0632$ *pixeles*, equivalentes a un error de pistón de $\lambda/7$ (Fig. 9).

La Fig. 9a muestra, a manera de ilustración, el efecto que causa en los vectores de polarización la inclinación de uno de los segmentos. Los vectores de polarización no coinciden como en el caso de alineación, se encuentran encimados unos con otros en la interfase. El valor de los ángulos promedio de polarización para el segmento inferior es de $44^{\circ}7'48.74''$ y para el superior de $54^{\circ}52'43.48''$, respectivamente. En la Fig. 9b la imagen del ronchigrama de referencia muestra que la franja central en cada segmento deja de coincidir, caso contrario a lo que ocurre en el caso de cofaseo experimental (Fig. 8 y cofaseo simulado Fig. 1). En este caso el cálculo de la diferencia en *pixeles* se omite, debido a que el ronchigrama presenta error de pistón en la dirección axial a lo largo del eje óptico, y *tip/tilt* en x o en y.

7. Conclusiones

Con la prueba de polarimetría se ha desarrollado una prueba óptica capaz de detectar desplazamiento axial en los segmen-

tos de una superficie segmentada del orden de la longitud de onda. Este término de pistón puede ser estimado mediante la obtención de la variación del ángulo de polarización para los vectores de polarización en cada segmento.

El algoritmo de alineación es el siguiente: se obtiene un ángulo de polarización para un segmento que se considere de referencia y se compara con los ángulos de polarización de todos los segmentos que conformen dicha superficie. La alineación finaliza, en el momento en que el ángulo de polarización sea el mismo para todas las partes de la superficie.

Esta prueba puede servir para conocer información de toda la superficie, o en alguna parte específica del espejo. Si el ángulo de polarización es notoriamente diferente de su contorno propio de vectores, indica que esa parte del espejo puede estar inclinada o existe alguna deformidad en la superficie. Esta prueba tiene la ventaja de funcionar independientemente de la longitud de onda como el caso interferométrico.

Agradecimientos

Los autores queremos expresar nuestro agradecimiento al proyecto Telescopio Infrarrojo Mexicano de nueva tecnología, (TIM), del IAUNAM, OAN en Ensenada B.C., México, y al CONACYT por el soporte económico de la beca doctoral con número de registro 114488/115164 a uno de los autores de este trabajo.

1. C.R. Kitchin, *Astrophysical Techniques*, Other Techniques, Adam Hilger, (1991) p. 379.
2. Rodríguez Espinosa Herrero and Sánchez, *Instrumentation for Large Telescopes*, Polarimetry with large telescopes (Cambridge University Press, 1997) p. 287.
3. Hecht-Zayac, *Óptica* (Addison Wesley Longman, 1998) p. 233.
4. G.R. Bogart, B. Trotter, G. Moddel y R. Ostroff, *Optical Engineering* **38** (1999) 902.
5. R.M. Azzam, *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1969) p. 31.
6. R.H. Muller, *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1969) p. 21.
7. A. Rothen, *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1964) p. 3.
8. A. Rothen, *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1945) p. 114.
9. F.L. McCrackin, E. Passaglia, R.R. Stromberg y H.L. Steinberg, *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1963) p. 139.
10. Yoshida A. Kinbara, y T. Yamaguchi S., *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1969) pp. 583.
11. L. Tronstad, *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1932) p. 90.
12. Born & Wolf, *Principles of Optics*, (Pergamon press, 1980) p. 544.
13. D.V. Sivukhin, *Selected Papers on Ellipsometry*, R.M. Azzam Editor (University of New Orleans, Spie Milestone Series, vol. MS27, 1956) p. 173.
14. J. Salinas-Luna, *Cofaseo de una superficie segmentada*, tesis doctoral, INAOE, Puebla, México, (2002).

15. J. Salinas, J.M. Oschmann y L.M. Stepp, Editores, Proceedings of SPIE, **4837** part two (2003) 758.
16. G. Chanan, M. Troy, F. Dekens, S. Michaels, J. Nelson, T. Mast y D. Kirkman, *Applied Optics* **37** (1998) 140.
17. G. Chanan, C. Ohara y M. Troy, *Applied Optics* **37** (2000) 140.
18. G. Chanan, M. Troy y E. Sirko, *Applied Optics* **38** (1999) 704.
19. V. Voitsekhovich, S. Bara y V.G. Orlov, *A & A* **382** (2002) 746.