

CADENAS DE MARKOV

UN VISTAZO AL FUTURO

Carlos Polanco y Jorge Alberto Castañón González

Una herramienta es útil cuando significa un beneficio tangible y amplía los límites del conocimiento humano. Sin lugar a dudas lo es el aporte del científico ruso Andréi Markov a la *Teoría de la probabilidad* conocido como: Cadena de Markov. Este operador permite conocer el estado probable futuro de un proceso, a partir de sólo su probable estado actual. Un ejemplo ayudará a entender el potencial aplicativo que tiene este operador.

“Cada día un hombre o maneja su automóvil o toma el tren para ir a trabajar. Suponga que nunca toma el tren dos días seguidos, pero si maneja para ir a trabajar, entonces al día siguiente es igualmente probable que maneje de nuevo o que tome el tren” (Lipschutz, S. 1973 *Probability* McGraw-Hill).

Este caso contempla dos estados: (**t**, tren) y (**a**, automóvil). Note además que lo que pueda ocurrir mañana depende únicamente de lo que ocurra hoy. Ahora expresemos toda esta información en una matriz que denominaremos: *matriz de transiciones*.

	Tren	Automóvil
Tren	0	1
Automóvil	0.50	0.50

Esta matriz ilustra las cuatro transiciones posibles entre los dos estados al pasar del estado presente (*renglón*) al estado futuro (*columna*). Veamos cada caso: si la persona toma el tren entonces al siguiente día no tomará el tren: (t,t) → 0; por lo que al día siguiente seguro tomará el automóvil: (t,a) → 1. Por otro lado, si opta por tomar el automóvil es igualmente probable que al día siguiente o tome el tren: (a,t) → 0.5, o tome el automóvil (a,a) → 0.5.

Si observáramos este proceso como una película donde cada cuadro es un día que transcurre, ¿cuál será el futuro de estas transiciones? Para conocer ello basta multiplicar esta matriz por sí misma un número *n* de veces (cadena de Markov), hasta que los valores correspondientes a cada renglón y columna, entre la matriz anterior y la actual, casi



no cambien. En nuestro ejemplo tras cinco multiplicaciones encontramos que la matriz de transiciones es:

	Tren	Automóvil
Tren	0.31	0.69
Automóvil	0.34	0.66

¿Cuál será la probabilidad futura asociada a cada transición? Observe particularmente las cifras de las casillas (t,t) y (a,a), algo imprevisto ocurre: a la larga el hombre tomará el tren 0.31 de las veces, y manejará los otros 0.66 del tiempo. Pero si la sencillez de este operador le impresiona, seguramente le impresionará aún más lo que viene a continuación.

La precisión de un pronóstico depende del número de variables que tomamos en cuenta, pero entre más variables incluyamos el tiempo empleado para evaluar todas ellas crecerá exponencialmente. Por lo que ningún computador será suficiente. Sin embargo, los procesos de Markov han mostrado que no se ven afectados por el número de variables que se adicionan. Ello los hace muy atractivos para pronosticar la evolución de distintos procesos de muy distinta índole. ☒

Carlos Polanco (Ciudad de México, 1958). Mexicano, matemático y profesor de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores. Desde el año 2007 desarrolla modelos estocásticos predictivos orientados a: epidemiología matemática, proteómica computacional y origen de la vida.

Jorge Alberto Castañón González (Ciudad de México, 1957). Mexicano, médico internista e intensivista por la Universidad Nacional Autónoma de México. Es profesor de Medicina e investigador en los Departamentos de Medicina Crítica e Investigación Biomédica del Hospital Juárez de México. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.