

Análisis experimental de la generalización de respuestas aritméticas en operaciones de división

Experimental analysis of generalization of arithmetic responses in division operations

Vicente García, Susana Eguía, Leticia Gómez y Ana Rosa González

Universidad Nacional Autónoma de México¹

RESUMEN

Participaron en el estudio dieciséis sujetos de ocho a diez años de edad, con el objeto de analizar experimentalmente la generalización de respuesta en operaciones de división, con base en el entrenamiento (instrucción sobre un ejemplo más retroalimentación) de tareas con diferentes grados de dificultad. Los sujetos fueron asignados a cuatro grupos, que tuvieron secuencias de fase diferentes, basado esto en un diseño de línea base múltiple con cinco fases. Los resultados mostraron que hubo diferentes grados de generalización en términos de: (a) generalización de respuesta de manera simultánea al entrenamiento proporcionado en un tipo de operación; (b) generalización de respuesta antes del entrenamiento; y (c) número de sesiones y fases empleadas. Estos datos fueron analizados con base en los tipos de operaciones empleados, así como en la secuencia de las fases. Hubo mayor generalización en el grupo que tuvo una secuencia de dificultad media hacia mayor dificultad, que de dificultad media hacia menor dificultad. También se observó que hubo menor generalización en la secuencia de mayor a menor dificultad.

DESCRIPTORES. conducta aritmética, operaciones de división, generalización de respuesta, niños.

ABSTRACT

A study was conducted with sixteen subjects between eight and ten years of age, to experimentally analyze response generalization in division operation, based on training (instruction based on an example plus feedback)—with tasks of different difficulty levels. Subjects were assigned to four groups that had different phase sequences, in a multiple baseline design with five phases. The results showed that there were different degrees of generalization in terms of: (a) response generalization which occurs simultaneously with the training given in a type of operation; (b) response generalization before training;

¹ Especialización en Desarrollo del Niño, Facultad de Psicología.

and (c) number of sessions and phases employed. These data were analyzed in terms of the types of operations employed, as well as in terms of the phase sequence; there was more generalization in the group which had a sequence of difficulty from medium to lesser. There was also less generalization observed in the sequence from greater to lesser difficulty.

DESCRIPTORS: arithmetic behavior, division operations, response generalization, children.

El estudio experimental de la conducta aritmética, registra un interés creciente a juzgar por los últimos trabajos. Muchos de ellos se han especializado particularmente en los procesos de adquisición, generalización y mantenimiento de respuestas; por ejemplo las investigaciones de Smith y Lovitt (1975), García, Lugo y Lovitt (1976), y Backhoff, Lovitt, Larrazolo y Romano (1980). En dichos estudios, se han cubierto operaciones tales como adición, sustracción y multiplicación, analizando los efectos de diversos recursos instruccionales tales como retroalimentación (información y corrección sobre las respuestas de los sujetos) y modelamiento, entre otros.

También existen investigaciones realizadas con objeto de analizar factores que facilitan el proceso de generalización de respuesta; tal es el caso del estudio de García y Rayek (1978), en el cual se hizo un análisis de los componentes estímulo y respuesta, ante operaciones de adición. El componente de estímulo fue la numerosidad, a la cual se relacionaba una respuesta diferencial que implicaba que "llevará" o "no llevará" dígitos a sumar de una columna de dígitos a otra. Esto se observó de manera sistemática cuando, al ser entrenados los sujetos para resolver operaciones que no requerían llevar, no resolvieron operaciones que requerían llevar. Sin embargo, cuando se entrenó a los sujetos a resolver operaciones que requerían llevar, resolvieron satisfactoriamente las que no lo requerían. Estos datos fueron interpretados en términos de una organización de dos clases funcionales de respuesta; (a) la que no requería llevar decenas, centenas, etc. a sumar de una columna de números a otra, y (b) la que sí lo requería. Esta última contenía a la primera, pero no a la inversa. En otras palabras, la dificultad de la tarea estaba en proporción directa a la amplitud de la clase de respuesta.

En trabajos subsiguientes, Reyes y García (1979), confirmaron esta interpretación de resultados ante problemas de adición y sustracción; así como García, Esparza y Ochoa (1981) ante operaciones y problemas de multiplicación. Sin embargo, este tipo de dificultad es relativo en el caso del análisis de operaciones de división; porque los grados de dificultad se ubican entre la numerosidad o cantidad de dígitos existentes en el dividendo y el divisor. Esto implica que el sujeto debe realizar cálculos referentes al número de veces que una cantidad está contenida en otra, además de llevar a sumar los residuos del cálculo al siguiente dígito del divisor.

Desde este punto de vista, es posible suponer que la solución de operaciones de división implica una adición o multiplicación que determine o estime el número de veces que una cantidad está contenida en otra; lo cual hace referencia a la existencia de una clase de respuesta lo suficientemente

amplia que comprenda a la clase de adición de cantidades numéricas, así como a la multiplicación. Clases de respuesta que en el caso de la división son precurrentes a la respuesta efectiva (Parsons, Taylor y Joyce, 1981). Esto implica una secuencia que en la enseñanza misma de las operaciones aritméticas básicas se ofrece (adición-sustracción-multiplicación y división). Probablemente, sería difícil que un sujeto resolviera operaciones de división antes de dominar operaciones previas como la multiplicación y división. En este sentido, el conocimiento de la organización de clases funcionales de respuesta es un problema empírico (Skinner, 1938, p. 41). De hecho, una clase de respuesta puede ser estudiada bajo dos tipos de criterios: (a) descriptivo, especificando las propiedades físicas necesarias para la medición de la respuesta, y (b) funcional, por ejemplo, aplicando ciertas consecuencias sobre una respuesta y observando efectos similares en respuestas que no fueron objeto de dichas consecuencias (Catania, 1973). Es por esto que el presente estudio retoma la metodología y tipo de interpretación de los datos de los estudios antes citados, para analizar experimentalmente la generalización de respuesta en operaciones de división de diferentes grados de dificultad.

Sujetos

Participaron en el estudio dieciseis sujetos (ocho niñas y ocho niños), cuyas edades iban de los 8 a los 10 años. Cursaban el tercer grado de educación primaria en una escuela dependiente del gobierno federal. Los criterios de selección fueron que supieran sumar, restar y multiplicar, mismos que se evaluaron eligiendo a aquellos que obtuvieron 90% de precisión en cada una de estas operaciones. Los sujetos seleccionados fueron asignados al azar a cuatro grupos, de cuatro sujetos cada uno.

Situación

El estudio se realizó en un salón de 10 por 5 metros, el cual contenía cuatro mesabancos y un escritorio con dos sillas. Dicho salón estaba aislado de ruidos.

Materiales

Para la evaluación de las conductas prerequisite, se empleó una prueba conformada por operaciones de adición, sustracción y multiplicación. Durante el estudio, se emplearon los siguientes materiales: 1] una cartulina de 50 × 50 cms., que contenía 100 cuadros de 4 × 4 cms. (10 filas de 10 renglones) con números impresos del cero al nueve en la parte superior. Esta cartulina se utilizó para explicar el significado de la división; 2] un

banco de 200 fichas de plástico (pócker); 3] tablas de multiplicar² del 1 a 9, impresas en hojas tamaño carta; 4] hojas tamaño carta de 28 × 21.5 cms., que contenía 16 operaciones de división cuyas características de describen a continuación, y de las cuales eran dos de cada tipo: a) se empleó un formato de "casilla" (□); b) la operación aritmética de división, fue el estímulo visual de uno o dos dígitos dentro de la casilla, llamado dividendo, y un dígito en la parte externa izquierda de la casilla, llamado divisor; c) fueron operaciones de división de hasta dos dígitos en el dividendo y de uno en el divisor. Las características específicas de cada tipo de operación fueron las siguientes: 1) 3/6; 2) 4/7; 3) 2/82; 4) 3/48; 5) 3/43; 6) 2/87; 7) 4/32; y 8) 6/29. Las diferencias entre las mismas están en términos de la cantidad y del tipo de procedimientos a realizar para su solución.

Definición de la Conducta. La respuesta de resolver operaciones de división se definió como el cálculo del número de veces en que la numerosidad del divisor está contenida en la numerosidad del dividendo y, en su caso, la especificación del residuo de dicho cálculo.

Registro de la Conducta. Esta conducta se registró con base en los productos permanentes, ya que las respuestas de los sujetos fueron de naturaleza escrita. Estas se compararon con una clave de respuestas correctas que tenía disponible el experimentador. Se calificó como respuesta correcta cuando el resultado de la operación del sujeto era idéntica a dicha clave, incorrecta cuando no lo era, y omisión cuando el sujeto colocó una línea horizontal en el lugar correspondiente al resultado.

Confiabilidad. Dado que las respuestas de los sujetos eran escritas, éstas se calificaron de manera independiente por dos observadores y se calculó la confiabilidad con base en la siguiente fórmula:

$$C = \frac{\# \text{ de acuerdos}}{\# \text{ de acuerdos} + \# \text{ de desacuerdos}} \times 100$$

Diseño Experimental. Se empleó un diseño de línea base múltiple, con cuatro grupos de sujetos. Este diseño prescribe una fase de línea base múltiple, en donde se inicia el estudio del nivel inicial de las respuestas (8 tipos), en los cuatro grupos de sujetos. A partir de la segunda fase, cada grupo de sujetos tuvo una secuencia de fases diferente. Estas diferencias consistieron básicamente en: a) si la secuencia de fase iba de lo simple a lo complejo (grupos I y II); b) si la secuencia de fases iba de lo complejo a lo simple (grupos III y IV); c) a partir de qué grado de dificultad de las operaciones se introduce la secuencia instruccional (por ejemplo; en el grupo II fue a partir

² Se les proporcionó a los sujetos una hoja con las tablas de multiplicar del 1 al 9, debido a dos razones: 1] tratar de simplificar el procedimiento de solución de las operaciones de división; 2] tratar de evitar que por un problema mecánico de multiplicación los sujetos pudieran tener errores en las operaciones, lo que interferiría en el análisis de los resultados.

del cuarto tipo y la secuencia general fue de lo simple a lo complejo. En el caso del grupo III, fue a partir del sexto tipo; y la secuencia general fue de lo complejo a lo simple).

En donde A correspondió a la línea base de los ocho tipos de operaciones de división; *, explicación del concepto de la operación de división. A cada uno de los sujetos se le dieron las siguientes instrucciones: "Antes de explicarte cómo se resuelven las operaciones de división, es necesario que entiendas lo que significa dividir. Te voy a explicar con base en un ejemplo: Una maestra les va a entregar a cinco de sus alumnos quince fichas; ¿cuántas fichas le corresponden a cada uno de ellos? Con este ejemplo verás cómo se pueden distribuir las fichas sin equivocarse. En esta tabla que tengo aquí (se le mostró la cartulina), tenemos varios cuadritos, y en los cuadritos de hasta arriba hay varios números, que en este caso vamos a suponer que son los cinco alumnos; entonces sólo tomaremos del uno al cinco (señalándolos), y en los cuadros de abajo, pondremos en cada uno de ellos una ficha, de una en una". Se modeló al sujeto la distribución de fichas del uno al cinco, hasta terminar con las quince fichas; explicándole que todos los niños recibieron el mismo número de fichas. A continuación se le preguntó al sujeto su entendió; si decía que no, se le repitió el procedimiento anterior, variando el problema. Cuando respondió afirmativamente, se le proporcionó un problema similar, en donde había fichas sobrantes; por ejemplo, veintisiete fichas para ocho niños, y se explicó cómo los niños deben obtener cada uno el mismo número de fichas, y que las restantes las va a guardar el profesor. Se siguió el mismo procedimiento que en el ejemplo anterior, con respecto a preguntar si había entendido o no. Posteriormente, se le dio un ejemplo similar a los anteriores y se le pidió que lo hiciera solo, con el mismo procedimiento. Finalmente, se le dijo que en la división lo que se va a hacer es distribuir o repartir algo *entre* un número de cosas, personas o situaciones. Nuevamente se le preguntó si entendió; si contestó negativamente se le explicó la anterior de nuevo; si contestó afirmativo, se procedió a continuar con lo prescrito.

En las siguientes fases se introdujeron secuencias instruccionales sobre un ejemplo de los siguientes tipos de operaciones: B, operaciones del tipo dos; C, operaciones del tipo cuatro; D, operaciones del tipo seis; y E, operaciones del tipo ocho.

Definición de Variables. Las variables dependientes fueron el porcentaje de respuestas correctas, incorrectas y de omisión, emitidas en todos y cada uno de los tipos de operaciones. Generalización de respuesta, definida como el porcentaje de respuestas correctas emitidas ante operaciones que no fueron objeto de entrenamiento, así como el porcentaje de respuestas correctas emitidas previamente a su entrenamiento; y el número de sesiones empleadas por fase.

Las variables independientes fueron: la explicación del concepto de división; la introducción de secuencias instruccionales específicas para cada grado de complejidad de las operaciones, y la retroalimentación (conocimiento inmediato de los resultados) proporcionada a cada sujeto.

Procedimiento

Antes de iniciar el estudio, se realizaron los siguientes procedimientos: se solicitó a los profesores de los sujetos los horarios más convenientes para realizar el estudio, así como referencias sobre los sujetos con relación con la consistencia de su asistencia y comportamiento en general. También se confirmó que los profesores no hubieran enseñado a resolver operaciones de división. A los padres de los sujetos se les informó del estudio y se les solicitó no dar instrucciones sobre la solución de operaciones de división, y también para que se comunicaran con los experimentadores en caso de tener cualquier duda.

Posteriormente, se hizo una evaluación de los prerrequisitos para el estudio. Los experimentadores fueron pasantes de la licenciatura en Psicología de la Universidad, quienes fueron capacitados para la realización del estudio. También, antes de iniciar el estudio formalmente, se empleó una sesión de familiarización entre sujetos y experimentadores.

Los procedimientos empleados a lo largo del estudio, fueron los siguientes: las sesiones se realizaron diariamente por las mañanas de 9:00 a 11:00 hrs., de lunes a viernes. Antes de iniciar cada sesión, se emplearon unos minutos para conversar con los niños y, posteriormente, se iniciaron las sesiones que duraron veinte minutos, aproximadamente. Cada experimentador trabajó con parejas de sujetos de manera independiente cada uno y, al terminar cada sesión, se les agradeció su participación.

Los procedimientos específicos por fase, fueron los siguientes:

Fase A (línea base): En esta fase el experimentador proporcionó a cada sujeto la hoja que contenía las operaciones a resolver. Las instrucciones fueron las siguientes: "En esta hoja hay operaciones de división, resuélvelas por favor. En caso de que no puedas resolver alguna de ellas, escribe una raya aquí, en el lugar del resultado (señalándolo) y continúa con la siguiente. ¡Ya puedes comenzar!". El experimentador no tuvo más interacción con el sujeto en esta fase; cuando preguntaban sobre cómo resolverlas, se les repitieron las mismas instrucciones. Esta fase se dio por concluida después de tres sesiones en que hubieron obtenido cero por ciento de respuestas correctas de manera consecutiva. Antes de iniciar la segunda fase, se les dio una explicación del significado de la división.

Fase B (secuencia instruccional para la solución de operaciones del tipo 2): Las instrucciones fueron las siguientes: "Te voy a explicar cómo se resuelven estas operaciones de división", y en una hoja de papel fue anotando los procedimientos de solución. "Si tienes un número adentro de la casilla y un número afuera, tienes que ver cómo vas a repartir el número de adentro entre el número de afuera de la casilla. Para eso, aquí tienes una hoja con las tablas de multiplicar. Siempre te tienes que fijar que el número de adentro sea mayor o igual que el de afuera. Por ejemplo, si tienes un 8 adentro y un 3 afuera, buscas en tus tablas un número que multiplicado por 3 te dé 8, o que sea menor que 8, pero que se le acerque. Aquí en las tablas vemos que $3 \times 2 = 6$

y que $3 \times 3 = 9$, por lo que tomamos el 2 pues con el 3 se pasa de 8, y lo ponemos arriba de la casilla y sobre el número 8. Ya que lo tenemos ahí, multiplicamos $2 \times 3 = 6$, y como 6 no es igual a 8, restamos el 6 del 8, y debajo de éste ponemos el resultado de la resta, que en este caso es 2. Así tenemos que 8 entre 3 es igual a 2, y nos sobran 2".

Posteriormente a esta explicación, se le preguntó si había comprendido, si su respuesta era negativa, se le repetía la explicación anterior. Si era afirmativa, se le dio otro ejemplo y se le pidió que lo resolviera él solo, siguiendo el mismo procedimiento. Después de esto, se le proporcionó la hoja con las operaciones de división y se le recordó que si no sabía cómo resolver alguna, escribiera una raya en el lugar del resultado. Una vez que el sujeto concluyó la tarea, el experimentador calificó las operaciones resueltas y le indicó al sujeto las que estuvieron bien realizadas y las que no lo fueron. Finalmente, le agradeció su participación. Esta fase se dio por concluída cuando el sujeto obtuvo el 100% de precisión en las operaciones del tipo 2, y a lo largo de tres sesiones consecutivas.

Los procedimientos en las fases C, D y E, fueron similares a los descritos en la fase B, excepto que se adaptaron para cada caso particular de los tipos de operaciones³. Los criterios de cambio de fase, también fueron los mismos; es decir, tres sesiones consecutivas con 100% de precisión.

RESULTADOS

La confiabilidad obtenida a lo largo de todo el estudio fue de 100%. Los resultados se describen en términos de los porcentajes promedio de las respuestas correctas, incorrectas y de omisión obtenidos por cada uno de los cuatro grupos. La descripción se hace con base en las Figuras 1 a 4, en las que la ordenada representa el porcentaje promedio de respuestas y la abscisa el número de sesiones empleadas.

En la figura 1, se pueden apreciar los resultados obtenidos por el Grupo I, y se observa que en las sesiones de línea base, (1 a 3), hubo cero por ciento de respuestas correctas, y dentro de un rango de 80 a 20% fluctuaron las respuestas incorrectas y de omisión. De las sesiones cuatro a seis se introdujo el entrenamiento (secuencia instruccional sobre un ejemplo más retroalimentación), a las operaciones del tipo dos, mismas en las que se muestra un incremento de cero a 100% de respuestas correctas. En este mismo período (4 a 6), se observa el mismo incremento de respuestas correctas en las operaciones del tipo uno; 13% de respuestas correctas en las del tipo seis, así como un 25% de respuestas correctas en las de los tipos ocho y siete.

La tercera fase consistió en el entrenamiento sobre operaciones del tipo

³ Si desea obtener los procedimientos específicos de las fases C, D, y E, solicitarlas al primer autor de este trabajo: Cubículo 19, Edificio "C", Facultad de Psicología, U.N.A.M., Ciudad Universitaria. 04510 MEXICO, D. F. MEXICO.

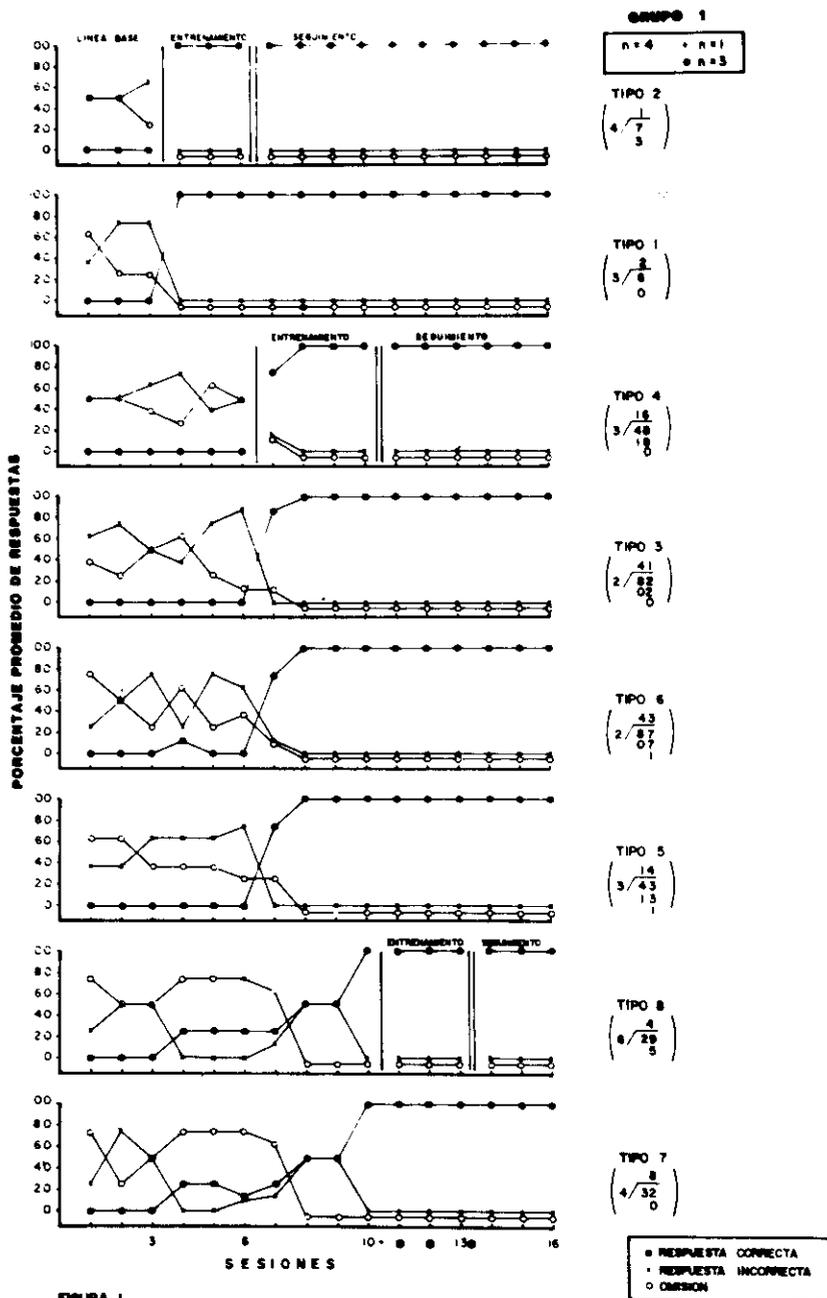


Fig. 1. Porcentaje promedio de respuestas emitidas por los sujetos del Grupo I, a lo largo del estudio y ante los diferentes tipos de operaciones aritméticas de división.

cuatro (sesiones 7 a 10). Aquí se aprecia un incremento hasta 75% de respuestas correctas en la sesión siete, tanto en las operaciones del tipo cuatro, como en las de los tipos seis, y cinco. En el caso de las operaciones del tipo tres, el porcentaje de respuestas correctas se incrementó a 88% en esta misma sesión. A partir de la sesión ocho, hubo un incremento de 100% de respuestas correctas en los cuatro tipos (3, 4, 5 y 6). También se observa un incremento a 50% de respuestas correctas en las sesiones ocho y nueve, y hasta el 100% de respuestas correctas en la sesión diez para las operaciones de los tipos siete y ocho. Cabe aclarar que la sesión diez corresponde a un solo sujeto; esto se debe a que los otros tres lograron el criterio de terminación de la fase en la sesión nueve.

La cuarta fase consistió en el entrenamiento sobre operaciones del tipo seis (sesión 11), pero como el criterio de 100% de respuestas correctas se alcanzó desde la sesión ocho, se omitió el entrenamiento en dicho tipo de operaciones.

La última fase (entrenamiento en operaciones del tipo ocho), se introdujo de las sesiones once a la trece, manteniéndose el 100% de respuestas correctas desde la sesión diez, tanto en operaciones de este tipo como en las del tipo siete. Es pertinente anotar, que en esta fase participaron sólo tres sujetos, dado que uno de ellos ya había logrado el criterio de ejecución para concluir la fase.

En la Figura 2 aparecen representados los resultados obtenidos por el Grupo II, y se aprecia que hubo cero por ciento de respuestas correctas en las tres primeras sesiones, en tanto que las incorrectas y de omisión fluctuaron en un rango de cero a 100%. De las sesiones cuatro a diez, se introdujo el entrenamiento sobre operaciones del tipo cuatro, observándose un incremento gradual que va de cero (sesión cuatro) a 100% (a partir de la sesión ocho) de respuestas correctas. En este mismo período (sesiones cuatro a diez, se muestra un incremento similar en las operaciones del tipo tres hasta la sesión siete; pero a partir de la sesión ocho varía la ejecución entre el 50 y el 100% de respuestas correctas; de 25 y 50% en operaciones del tipo seis; de 13 y 50% en operaciones del tipo cinco; de 33 a 62% en operaciones del tipo 2, y entre 25 y 50% en operaciones del tipo uno. La sesión ocho sólo fue empleada para tres sujetos, y las sesiones nueve y diez para dos de los sujetos, debido a que alcanzaron el criterio de fase en las sesiones anteriores.

La tercera fase consistió en el entrenamiento sobre operaciones del tipo seis, (sesiones once a quince). Aquí se aprecia un incremento de respuestas correctas que va del 75 al 100%, tanto en operaciones del tipo seis como en las de los tipos uno y cinco. En el caso de las operaciones de los tipos siete y ocho, el porcentaje de respuestas correctas fluctuó entre el 25 y el 100%, disminuyendo hasta cero por ciento en la última sesión (quince) de esta fase, las respuestas incorrectas en los dos tipos de operaciones (siete y ocho). En este mismo período (sesiones once a quince), el porcentaje de respuestas correctas en las operaciones del tipo dos varió entre cero y 100%. En la

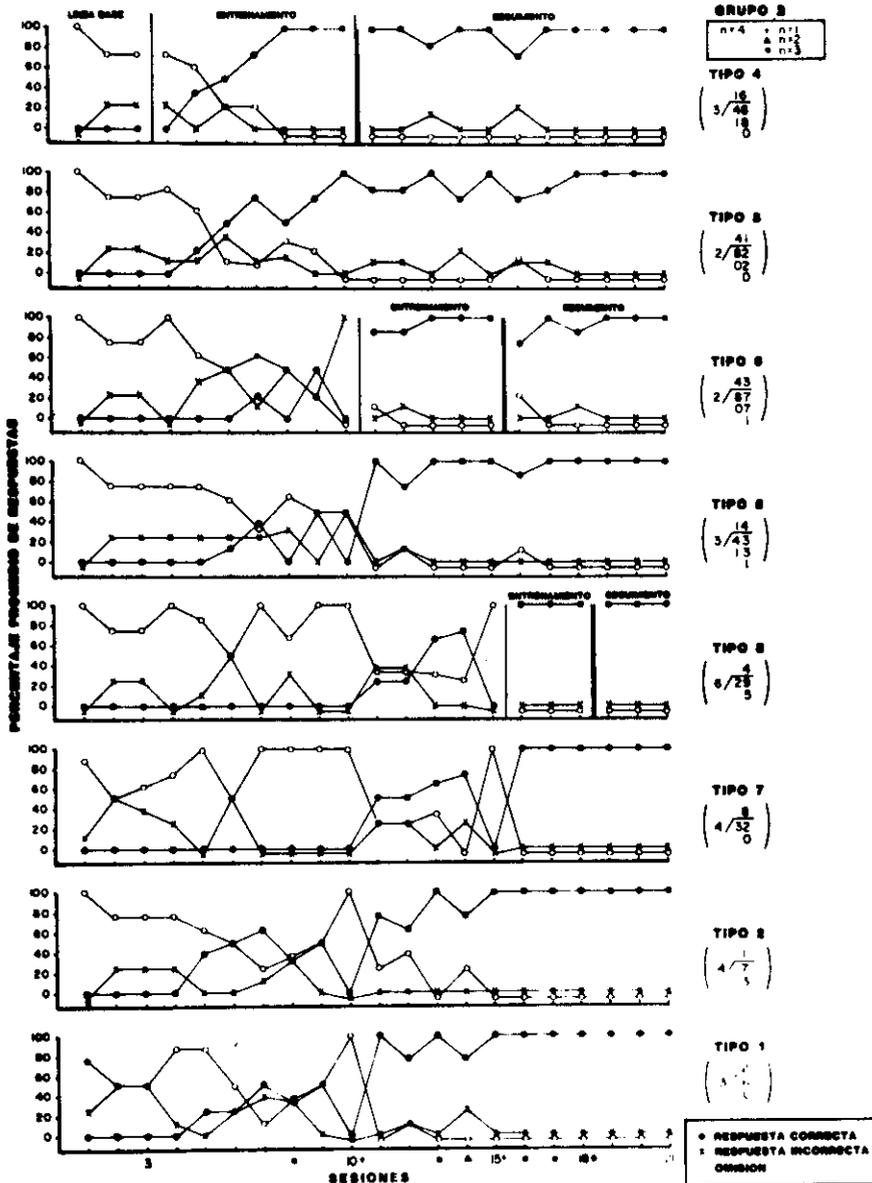


Fig. 2. Porcentaje promedio de respuestas emitidas por los sujetos del grupo II, a lo largo del estudio y ante los diferentes tipos de operaciones aritméticas de división.

sesión trece participaron tres sujetos, en la sesión catorce dos sujetos y en la quince sólo un sujeto, por la razón antes mencionada.

La cuarta fase consistió en el entrenamiento sobre operaciones del tipo ocho (sesiones dieciseis y dieciocho), en donde se observa un incremento a 100% de respuestas correctas, tanto en operaciones del tipo ocho como en las de los tipos uno, dos y siete. Aquí sólo participaron tres de los sujetos, porque el sujeto restante ya había alcanzado el criterio en las sesiones anteriores.

En la figura 3 se presentan los resultados obtenidos por el Grupo III, y se observa que en las tres primeras sesiones hubo cero por ciento de respuestas correctas, y dentro de un rango de cero a 100% las incorrectas y de omisión. De las sesiones cuatro a ocho se introdujo el entrenamiento en operaciones del tipo seis, apreciándose un incremento a 40% en las sesiones cuatro y siete, y de 100% en las sesiones seis a ocho, de respuestas correctas. En este mismo período (sesiones cuatro a ocho), se presentó un incremento de 25% de respuestas correctas ante operaciones de los tipos cuatro a cinco; de 25 a 100% ante operaciones del tipo tres; de 50 y 75% ante operaciones de los tipos uno y dos; y de 12 y 50% ante operaciones de los tipos siete y ocho. En las sesiones siete y ocho participaron sólo dos de los sujetos, porque los otros ya habían logrado el criterio de cambio de fase.

La tercera fase consistió en el entrenamiento en operaciones del tipo cuatro (sesiones nueve y once). Aquí se aprecia un incremento hasta el 100% de respuestas correctas, tanto en operaciones del tipo cuatro como en las del tipo tres. En el caso de las operaciones de los tipos uno, dos, siete y ocho, se observó que en la primera sesión de esta fase (nueve) hubo un incremento de 75% de respuestas correctas; en las sesiones diez y once el incremento fue de 100% en los cuatro tipos de operaciones (uno, dos, siete y ocho).

En la Figura 4 aparecen representados los resultados obtenidos por el Grupo IV, quienes, al igual que los sujetos de los grupos anteriores, obtuvieron cero por ciento de respuestas correctas en las tres primeras sesiones, en tanto que las incorrectas y de omisión fluctuaron entre 25 y 75%. De las sesiones cuatro a once, se introdujo el entrenamiento en operaciones del tipo ocho y se observó un incremento de 50% de respuestas correctas en las dos primeras sesiones de esta fase (cuatro y cinco); de 62 y 67% de respuestas correctas en las sesiones seis y siete, respectivamente; 25% en la sesión ocho; y 100% en las sesiones nueve a once. En las operaciones del tipo siete, el incremento varió entre el 25 y el 100% a lo largo de todas las sesiones de esta fase. En las operaciones de los tipos seis y cinco, se registró un incremento del 25% en la sesión seis, quedando en cero por ciento en el resto de las sesiones de esta fase. En las operaciones de los tipos tres y cuatro, se aprecia un incremento del 13% de respuestas correctas sólo en la sesión seis. En las operaciones de los tipos uno y dos, el porcentaje de respuestas correctas fluctuó entre el 12 y el 67%. La sesión siete fue empleada sólo por tres sujetos, en tanto que en las sesiones nueve y once participó sólo

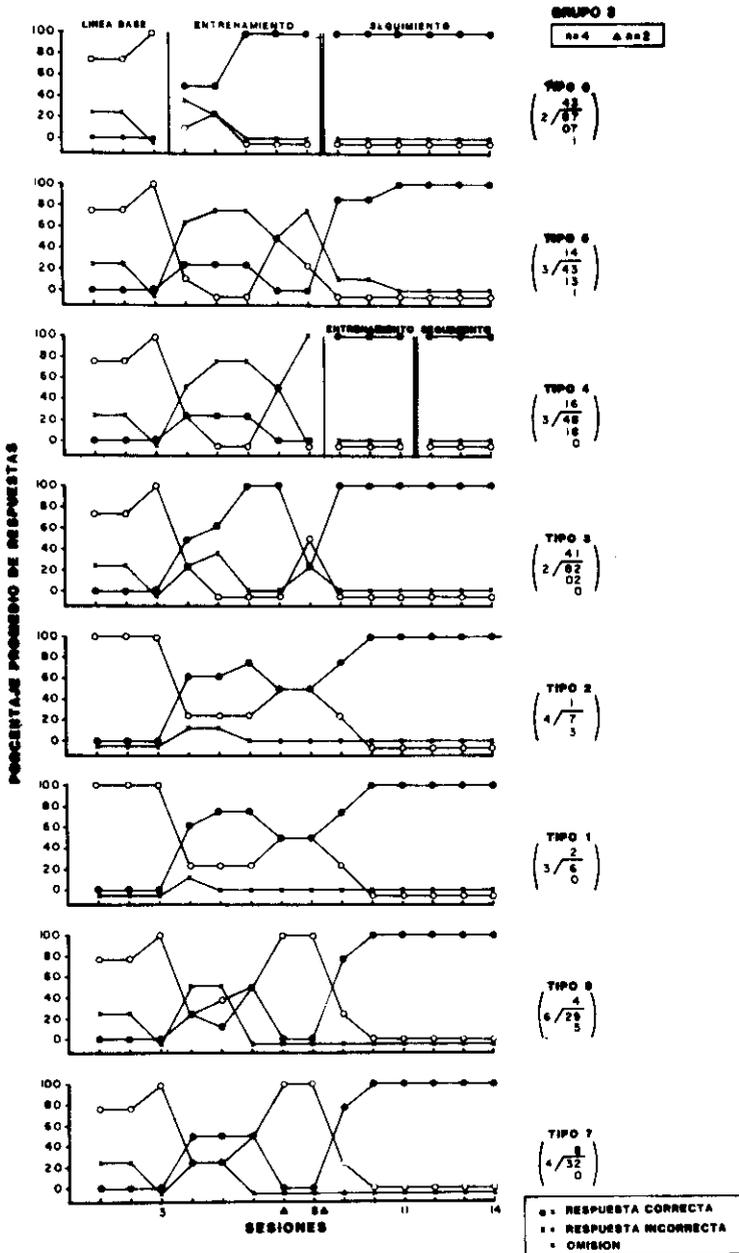


Fig. 3. Porcentaje promedio de respuestas emitidas por los sujetos del Grupo III, a lo largo del estudio y ante los diferentes tipos de operaciones aritméticas de división.

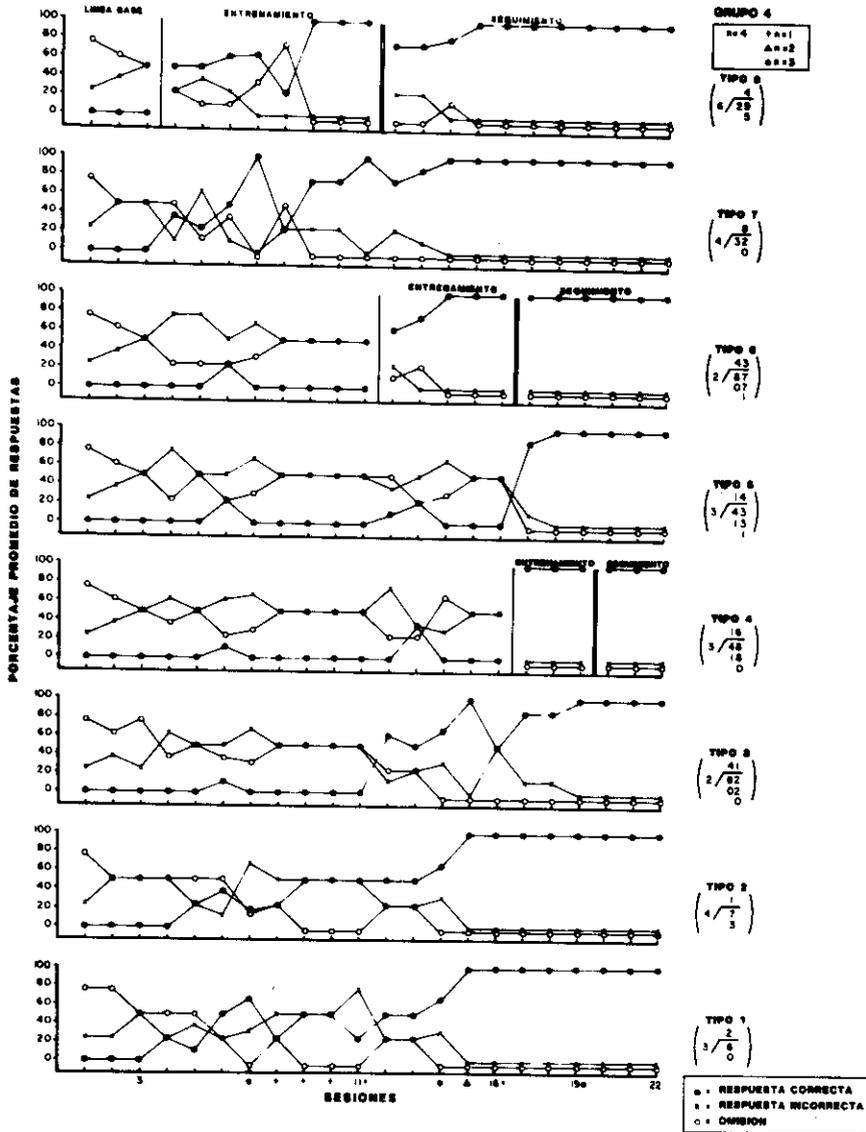


Fig. 4. Porcentaje promedio de respuestas emitidas por los sujetos del Grupo IV, a lo largo del estudio y antes los diferentes tipos de operaciones aritméticas de división.

un sujeto, debido a que los tres restantes ya habían alcanzado el criterio de precisión.

La tercera fase consistió en el entrenamiento en operaciones del tipo seis (sesiones doce a dieciseis), en las que se registró un incremento de 62 y 75% de respuestas correctas en las sesiones doce y trece; y de 100% en las sesiones catorce a dieciseis. En el caso de las operaciones del tipo cinco, existió un incremento de 12 y 25% en las dos primeras sesiones de esta fase (doce y trece respectivamente), disminuyendo a cero por ciento las respuestas incorrectas en las tres sesiones restantes (catorce, quince y dieciseis). En las operaciones del tipo cuatro, se presentó un incremento de 38% de respuestas correctas únicamente en la sesión trece. En las operaciones del tipo trece el incremento varió entre 50 y 100%. En las operaciones de los tipos uno y dos, el incremento varió entre 50 y 100%. En la sesión catorce sólo participaron tres sujetos; en la quince sólo dos, y en la dieciseis sólo uno.

La cuarta fase consistió en el entrenamiento en operaciones del tipo cuatro (sesiones diecisiete y diecinueve). Aquí se observó un incremento de 100% de respuestas correctas en las operaciones del tipo cuatro, así como en las de los tipos uno y dos. En el caso de las operaciones del tipo tres, se presentó un incremento de 88% en las dos primeras sesiones (diecisiete y dieciocho), y de 100% en la última sesión (diecinueve). En esta misma sesión participaron sólo tres sujetos, el otro logró el criterio en la sesión anterior.

Las tres últimas sesiones de los cuatro grupos de sujetos, corresponden al seguimiento que se llevó a cabo una vez que se concluyó el estudio; observándose que todos los sujetos emitieron 100% de respuestas correctas en dichas sesiones. Por otra parte, las respuestas de los sujetos (correctas, incorrectas y de omisión), tuvieron una secuencia jerarquizada de ejecución; en un principio, en casi todos los casos, las respuestas de omisión se presentaron con el mayor porcentaje de ejecución, posteriormente las incorrectas y, finalmente, las correctas; pero a medida que avanzó el estudio, las respuestas de omisión tendieron a desaparecer, y en su lugar se incrementaron las incorrectas. Posteriormente a esto, decrecieron las incorrectas y en su lugar se incrementaron las respuestas correctas hasta alcanzar el 100%.

DISCUSION

De los resultados obtenidos en el presente estudio, se puede apreciar una serie de aspectos importantes. Por ejemplo, fue evidente la generalización de respuesta obtenida en los cuatro grupos de sujetos. Sin embargo, esta generalización fue diferencial: se observó que en el Grupo III hubo el mayor grado de generalización de todos los grupos. Esto se puede analizar con base en cuatro criterios: (a) el número de sesiones empleadas fue de catorce, a diferencia del Grupo I que empleó dieciseis, del Grupo II que

empleó veinticinco, y del Grupo IV que empleó veintidos; (b) el número de fases empleadas que, exceptuando a la de la línea base, fue de dos para el Grupo III y de tres para cada uno de los grupos restantes; (c) el grado de generalización de respuesta *antes* de ser entrenados los sujetos en un tipo de operación fue el siguiente: en el caso del Grupo I, tres sesiones antes de que se entrenara el tipo de operación seis, los sujetos ya habían obtenido 100% de respuestas correctas, y una sesión en 100% antes de entrenar al sujeto a resolver la operación del tipo ocho. En el caso del Grupo II dos sesiones antes de ser entrenados los sujetos a resolver operaciones del tipo ocho, habían obtenido 70 y 80% respectivamente. El Grupo III había alcanzado 100% de respuestas correctas en dos sesiones consecutivas, antes de que se entrenara a los sujetos a resolver las operaciones de los tipos dos y ocho, respectivamente. En el Grupo IV, en ningún caso sucedió esto; (d) la secuencia de fases en el caso de los Grupos I y II, fue de lo simple a lo complejo, y en los Grupos III y IV, de lo complejo a lo simple. Sin embargo, en los Grupos II y III, existe un punto medio de estas dos secuencias genéricas, puesto que en el Grupo II fue de lo simple a lo complejo, empezando con el tipo cuatro; a la inversa en el Grupo III, a partir del tipo seis.

Los conceptos empleados aquí como simple y complejo, se pueden entender en términos de la cantidad y calidad de las respuestas que emiten los sujetos para resolver las operaciones. Básicamente, las diferencias consisten en: (1) el número de dígito; (2) el número de dígitos en el resultado; (3) la existencia o no de residuos, y si éstos corresponden al primer o segundo dígito del dividendo, y (4) el cálculo de unidades o decenas.

Analizando los resultados del presente estudio con relación a las características anteriores, podemos observar que en el caso de las operaciones de los tipos siete y ocho, los sujetos requerían del cálculo de decenas, mientras que en los otros tipos de operaciones el cálculo era de unidades. Esto señala una característica importante, porque plantea el efecto que tiene la numerosidad sobre la respuesta de cálculo implica la discriminación de una numerosidad que, a partir de una multiplicación, pueda ser exacta o lo más aproximada a la numerosidad del dividendo en función, sin que rebase dicha numerosidad. De tal forma, esto plantea un criterio importante de dificultad porque en las operaciones de los tipos siete y ocho, o incluso mayores, el cálculo era de unidad por unidad. Posiblemente esto pueda explicar por qué los mayores grados de generalización se observaron ante las operaciones de los tipos uno a seis; es decir, porque sus respuestas de cálculo que se circunscriben al cálculo de unidades, y aunque la numerosidad sea de decenas o incluso de unidades de millar, si el divisor lo permite, se hacen cálculos de unidad por unidad hasta haber dividido una cifra mayor.

Este tipo de dificultad planteada, se puede constatar con base en el número de sesiones empleadas en la primera fase de entrenamiento de los Grupos I y IV, en los que, respectivamente, emplearon tres y ocho sesiones para alcanzar el criterio de cambio de fase (el primer grupo inició con operaciones

del tipo dos y el cuarto con operaciones del tipo ocho. Esto plantea que, posiblemente, la clase de respuestas de dicho cálculo directo de decenas, es más amplia que la de unidades; básicamente, por el hecho de contener a esta última (si el divisor no permite el cálculo por unidades).

Estos resultados confirman en mucho las conclusiones a que han llegado otros estudios de operaciones precurrentes a la división, tales como los de adición (García, Lugo y Lovitt 1976. García y Rayek, 1978), sustracción (Reyes y García, 1979), y multiplicación (García, Esparza y Ochoa, 1981), que fueron realizados bajo las mismas características metodológicas y conceptuales. Para confirmar lo anterior, se aplicó una prueba de prerrequisitos con objeto de garantizar que los errores de los sujetos fueran dependientes de las operaciones de división, mas no de las precurrentes.

La elección de los tipos de operación del presente estudio, se realizó con base en un análisis de tareas con un orden de complejidad creciente; pero los resultados obtenidos muestran que las operaciones clasificadas dentro del nivel de complejidad medio, permitieron más generalización que las de mayor y menor dificultad. Esto plantea que las secuencias jerarquizadas en dificultad no siempre son las más idóneas para la programación de secuencias instruccionales porque éstas dependen, en primera instancia, de la organización de la clase de respuestas. Esto fue demostrado empíricamente y se debe probablemente a que el entrenamiento se realizó estableciendo una clase de respuestas más amplia (operaciones de los tipos cuatro y seis, que cuando se entrenó a resolver operaciones de menor dificultad (tipo dos), y el caso extremo de mayor dificultad (tipo ocho). Es decir, parece más conveniente el entrenamiento a niveles medios de dificultad, dado que propiciaron más generalización hacia operaciones de mayor y menor dificultad, dado que a nivel medio se incluyen respuestas menos complejas. Asimismo, éstas son prerrequisito de las más complejas.

El efecto que tienen las conductas precurrentes sobre la operante actual o consumatoria, es alterar la probabilidad de que ésta se ubique o no dentro de los límites funcionales de la clase de respuesta requerida por los componentes estímulo (Skinner, 1957; Parsons, Taylor y Joyce, 1981).

En el caso de la operación de división, tales precurrentes han sido establecidas por la organización de clases funcionales de respuesta en operaciones previas a la división, como son la adición, sustracción y multiplicación, las cuales se integran, ampliando la clase funcional de la conducta aritmética genérica. Por ejemplo, en el caso de la adición, ésta puede ser entendida como una extensión de la conducta de conteo (García y Rayek, 1978); y de manera similar la sustracción, aunque en un sentido regresivo. La multiplicación, puede ser vista como una extensión de la conducta de adición, aunque de tipo sintético (García, Esparza y Ochoa 1981). En este sentido la división implica respuestas de carácter distributivo y proporcional, que requiere de las clases funcionales de respuesta, y previamente establecidas.

Finalmente, las implicaciones que puedan tener este tipo de datos, para la programación de la generalización, así como para la prescripción de pro-

gramas de enseñanza, dependerán en mucho del conocimiento de las variables que determinan la generalización de clases funcionales de respuestas.

REFERENCIAS

- Backhoff, E., Lovitt, T.C., Larrazolo, N., y Romano, H. Adquisición, generalización y mantenimiento de problemas de suma, resta y multiplicación. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 1980, 6, 39-58.
- Catania, C.A. The concept of the operant in the analysis of behavior. *Behaviorism*, 1973, 1, 103-116.
- García, V., Lugo, C. y Lovitt, T. C. Análisis experimental de la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 1976, 2, 54-57.
- García, V., y Rayek, E. Análisis experimental de la conducta aritmética: componentes de dos clases de respuestas en problemas aritméticos de suma. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 1978, 4, 41-58.
- García, V., Esparza E., y Ochoa, G. Análisis experimental de la generalización de respuestas de multiplicar en operaciones y problemas aritméticos. Trabajo presentado en el Primer Symposium Internacional de Análisis Conductual Aplicado en la Educación. México, D. F., del 18 al 20 de Febrero de 1981.
- Parson, J. A., Taylor, D.C., y Joyce, T. M. Precurrent self-prompting operants in children: "remembering". *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 1981, 36, 253-266.
- Reyes, J. L., y García, V. Análisis de la generalización de respuestas en problemas de suma y resta. Trabajo presentado en el II Congreso Mexicano de Psicología. México, D.F. del 15 al 19 de Julio de 1979.
- Skinner, B.F. *The Behavior of Organisms*. New York: Appleton-Century Crofts, 1938.
- Skinner, B.F. *Verbal Behavior*. New York: Appleton-Century-Crofts, 1957.
- Smith, D., y Lovitt, T.C. The use of modeling techniques to influence the acquisition of computational arithmetic skills in learning disabled children. En E. Ramp., y E. Semb (Eds.) *Behavior Analysis: Areas of Research and Application*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1975, pp. 283-308.