

Modelos Cuantitativos en Ciencias de la Vida y la Tierra

***Alicia Allier Ondarza**

Resumen

Una de las asignaturas del Bachillerato a Distancia de la UNAM es *Modelos Cuantitativos en Ciencias de la vida y la Tierra*. En ella se favoreció una visión más profunda e integrada de los fenómenos y principios fundamentales de ciertos contenidos de Biología, Medicina, Física y Química, al trabajar procedimientos generales para la construcción de algunos modelos matemáticos accesibles para nivel bachillerato, tanto relacionados con el azar como con el concepto de función. Esto contribuye a que el estudiante valore las Matemáticas como un instrumento de conocimiento para las ciencias de la vida e incremente sus posibilidades de argumentar, discutir y transmitir ideas, tanto en el lenguaje materno como en lo que a Matemáticas se refiere. Todo ello pretende incidir en la formación cognitiva del estudiante.

PALABRAS CLAVE: Modelo matemático, azar, función.

Marco de referencia

Algunos de los modelos didácticos que se buscan en Matemáticas son el desarrollo de habilidades como:

1. La comunicación matemática. Se refiere a que el alumno sea capaz de describir en su lengua materna los procedimientos matemáticos empleados para representar un problema.
2. El modelado matemático de situaciones reales. A partir de un problema planteado se trata de que el estudiante comprenda que se requiere elaborar un modelo matemático que describa lo que está ocurriendo.
3. Interpretación de resultados. A partir de los resultados obtenidos del modelo planteado debe definir sus restricciones.
4. *Capacidad de abstracción*. Se trata de que el alumno sea capaz de hacer predicciones, interpretar datos, obtener información de gráficas o extrapolar información, a través de la comprensión del modelo.

Esta asignatura se imparte en el cuarto módulo y tiene como antecedentes el Curso propedéutico de Matemáticas, y las asignaturas *Álgebra y Principios de Física*, *Física y su Matemática*, *Geometría Analítica*, *Ciencias de la vida y la Tierra I y II*, *Geometría y Geografía y Ciencias de la Salud I*. La asignatura que nos ocupa, como todas las correspondientes a Matemáticas del Bachillerato B@UNAM, resulta novedosa debido a que el alumno es el centro del proceso y, por tanto, es quien realiza la mayor parte de las actividades lo que le genera aprendizajes significativos. Además, la Matemática no se estudia aislada, sino siempre en combinación con otra ciencia, de manera que su utilidad para representar y predecir fenómenos, así como para resolver problemas resulta evidente.

Didáctica matemática en la asignatura

En esta asignatura se revisan algunos contenidos de Matemáticas asociados a fenómenos físicos, químicos y biológicos, a partir de los cuales se pueden establecer modelos que permitirán al alumno tanto predecir como entender, considerando los siguientes elementos en los modelos a tratar:

- Iniciar con una situación o fenómeno de otra disciplina, tanto para motivar el estudio de la temática como para favorecer el significado de los conceptos matemáticos involucrados a través del contexto.
- Introducir los aspectos elementales de los contenidos matemáticos que se van a trabajar.
- Avanzar en el manejo de la temática, tanto en lo que se refiere a Matemáticas como a los conceptos vinculados con la situación o fenómeno elegido.
- Utilizar el modelo tipo que se adapta al caso específico, realizando los ajustes pertinentes.
- Realizar el análisis con la herramienta matemática estudiada, incluyendo el comportamiento global, la interpretación de la información obtenida y el planteamiento de proyecciones a futuro.
- Aplicar los modelos estudiados en otros ejemplos similares o de mayor dificultad. Citaremos algunos:
 - a) Modelo de un resorte, del pistón y de un amortiguador.
 - b) Manejo de corriente alterna, marcapasos y electrocardiograma.
 - c) Probabilidad para una población, crecimiento poblacional, y peligro de extinción de una especie.
 - d) Ondas electromagnéticas, ondas AM y FM, y superposición y descomposición de ondas.
 - e) Herencia en plantas, luz solar y tamaño de una población de árboles.
- Analizar alcances y limitaciones de los modelos planteados en cada contexto.
- Ampliar el panorama de aplicaciones por medio de comentarios -a manera de cápsula cultural- relacionados con otras situaciones o fenómenos susceptibles de modelarse de manera similar, así como referencias bibliográficas donde se pueden estudiar.

En cada modelo se plantean retos sencillos de resolver para ir comprendiendo mejor lo que analiza.

Para evaluar los aprendizajes, en algunas unidades se proponen exámenes de salto para aquellos alumnos aventajados que no requieren repasar todos los contenidos, permitiendo así que avancen más rápido. Con ello cada estudiante queda situado siempre en su zona de desarrollo próximo, con las ventajas motivacionales que implica. Cada unidad tiene ejercicios de autoevaluación y al final uno que permitirá revisar el aprendizaje del estudiante. A partir de la unidad 2 se presenta un menú de modelos a elegir para que el alumno los desarrolle con base en los modelos matemáticos estudiados en esa unidad. Al final de la asignatura se presenta un examen para corroborar los avances logrados por cada estudiante.

Descripción de contenidos y estrategias

Unidad I. Modelos de fenómenos aleatorios

En un primer acercamiento se discierne entre un fenómeno aleatorio y uno determinista, para, a partir de ello, establecer un modelo probabilístico de los juegos de azar. Se analizan las probabilidades relacionadas con la genética que influyen en lo que se denomina herencia, que se refiere precisamente a la transmisión de caracteres de padres a hijos, tanto en animales como en plantas. Se utiliza la Regla del Producto o Teorema Fundamental del Conteo, también Primera Ley de Mendel o Principio de la segregación, algunos casos especiales con permutaciones y el factorial, así como combinaciones.

Más adelante se ve la segunda ley de Mendel o Principio de transmisión independiente, eventos mutuamente excluyentes, así como sus probabilidades. También se revisan algunos ejemplos para entender la probabilidad frecuencial. Con ello se analizan las probabilidades conjuntas en la herencia, a la dependencia y el **cálculo de probabilidades**, llegando así a una predicción sobre ella, los tipos de eventos y sus probabilidades y la clasificación de eventos dependientes e independientes. Para que los alumnos adquieran seguridad y dominio de los conceptos se realizan innumerables ejercicios.

En estos modelos se mencionan científicos que aportaron ideas para entender o modelar dichos fenómenos tales como Francis Galton, Gregor Mendel, Pierre-Simon Laplace, Chevalier De Meré, Blaise Pascal, y se utilizan cuadros de Reginald Punnett, Augustus De Morgan, entre otros.

Las estrategias empleadas para lograr el objetivo son la *comunicación matemática* y la ejercitación de una serie de retos para asegurar su comprensión y aplicar los conocimientos adquiridos en desafíos donde pueden revisar sus respuestas y también retos que deberán resolver para su calificación parcial y final. Además, se plantean algunos juegos para que afirmen sus conocimientos y puedan llegar con mayor seguridad a la evaluación final de la unidad.

Unidad II. Modelos con variación periódica

En la siguiente unidad se analizan algunos fenómenos periódicos como los movimientos de las olas del mar, relacionados con funciones senoidales como es el caso de resortes, la estimación de una población de conejos en periodos cíclicos de varios años, las ondas de radio AM y FM junto con otras ondas electromagnéticas y el funcionamiento de celulares.

En esta unidad retomamos las **funciones senoidales** del tipo:

$$y = A \operatorname{sen}(Bx + C) + D$$

del tipo

$$y = A \operatorname{sen} 2\pi (Bt \pm C) \pm D$$

y las propiedades de las ondas electromagnéticas que se trabajaron en el curso de *Física y su Matemática* para profundizar en sus características y modelar con ellas algunos fenómenos periódicos. Se utiliza un programa de "Ondas" pero, a la par, se les pide que elaboren sus gráficas en una hoja de cálculo como Excel para que corroboren sus resultados.

Para construir el modelo de un fenómeno específico, que es el énfasis de este curso, revisamos los aspectos matemáticos y los referentes a la asignatura tratada. Además, realizamos el "ajuste" de los parámetros de las funciones implicadas que es una parte importante del proceso de modelación. Con todo ello, los alumnos tienen en sus manos una poderosa herramienta metodológica para analizar el comportamiento global del fenómeno en cuestión, interpretar la información obtenida, plantear proyecciones a futuro, e incluso detectar los alcances y limitaciones de los modelos en cada contexto.

Al final eligen dos modelos entre los que se encuentran la corriente eléctrica que produce un generador, el funcionamiento de un horno de microondas, el funcionamiento de un pistón, los tsunamis, el número de horas de luz solar en el transcurso de un año o el volumen de aire en los pulmones en el ciclo de la respiración. En éstos se les pide que realicen algunas predicciones de lo que ocurrirá al cambiar alguno de los parámetros.

Unidad III. Modelos de crecimiento o decaimiento exponencial

A continuación se revisan fenómenos asociados a funciones exponenciales mediante preguntas motivadoras del tipo: ¿cómo le hacen los arqueólogos y los científicos para conocer cuántos años de antigüedad tiene un determinado fósil?, o ¿de qué depende que un medicamento se administre con mayor frecuencia que otro? O bien, ¿cómo se estima el tamaño que tendrá una población después de cierto periodo de tiempo?, ¿a partir de qué datos se considera que una especie se encuentra en peligro de extinción? o ¿cuál es la temperatura que puede llegar a tener un cadáver en un sitio determinado? Aunque se trata de fenómenos de muy diversa índole, matemáticamente todos tienen algo en común: pueden modelarse con funciones del mismo tipo.

En esta unidad se estudian las funciones exponenciales del tipo

$$f(x) = k a^{YX}$$

y del tipo

$$f(t) = P_0 e^{RT}$$

a partir de las cuales modelan, entre otros, los fenómenos arriba mencionados. Por supuesto, para construir el modelo matemático asociado a este tipo de fenómenos que presentan variación exponencial, se requieren conceptos inherentes a las funciones exponenciales y al papel que desempeñan sus parámetros. Posteriormente, de manera análoga a como se hizo en la unidad anterior, el estudiante cuenta con información sobre los fenómenos y situaciones que se modelarán, revisando los aspectos relevantes para obtener los parámetros y construir la función que los representa para conocer más acerca del fenómeno *modelado*. Ellos realizan predicciones sobre el cambio de alguna de las variables del modelo, al tiempo que interpretan datos a partir de gráficas. Se revisan también la cantidad de alcohol vs. el riesgo de un accidente, especies en peligro de extinción y el funcionamiento de un marcapasos. Se intenta que interpreten datos a partir de la información obtenida.

Unidad IV. Modelos de mayor complejidad

Al final revisan modelos un poco más complejos que resultan de la combinación de dos o más funciones como el sonido proyectado en un osciloscopio de las cuerdas de una guitarra, en donde la combinación de sonido provoca una onda con características distintas en cuanto a longitud, amplitud y frecuencia que las originales. Se discute el tema de superposición de ondas como una interferencia constructiva del tipo:

$$\text{sen } \alpha + \text{sen } \beta = 2 \text{ sen } (\alpha + \beta)/2 \cos (\alpha - \beta)/2$$

A continuación analizan el caso de un electrocardiograma que resulta ser una superposición de ondas, se revisa lo que se mide y se infiere que de su descomposición se pueden interpretar diversas enfermedades coronarias. Se utiliza con un ejemplo más simple para la interferencia destructiva.

Luego, revisan el modelo de un amortiguador, que no es otra cosa más que el resorte estudiado como un movimiento periódico, que incluye el amortiguamiento para que observen que dentro de una exponencial decreciente existe un movimiento senoidal del tipo:

$$f(t) = y_0 e^{-rt} \text{ sen } (2\pi f_r t)$$

Más adelante estudian el comportamiento de poblaciones cuando un factor limita su crecimiento, lo mismo ocurre en la transmisión de una enfermedad, la cantidad de luz que puede penetrar en varias profundidades oceánicas determinando las especies que viven en los océanos, así como el estudio de la altura de los árboles en función de el tipo de suelo, y las condiciones de luz, entre otros casos. Se incluyen también algunos modelos que el estudiante deberá desarrollar, y, partiendo de ellos, deberá extrapolar información.

Conclusiones

- El Bachillerato a Distancia intenta lograr que los alumnos aprendan con herramientas distintas a las del sistema escolarizado en donde con frecuencia son sujetos pasivos.
- Este Bachillerato ofrece la posibilidad de cambiar la forma de enseñar y lograr los resultados esperados con estándares de calidad elevados.
- La propuesta se basa en que existe un mayor interés en los estudiantes por lograr su propio conocimiento, utilizando los medios computacionales con los que se cuenta actualmente y la posibilidad de mejorarlos.
- En particular la asignatura de *Modelos Cuantitativos en Ciencias de la Vida y la Tierra* busca lograr que el alumno relacione la Matemática con diferentes fenómenos a su alrededor y que utilice esta poderosa herramienta para comprender mejor el mundo que le rodea.

Autor:

***Ing. Alicia Allier Ondarza**, Escuela Nacional Preparatoria, plantel 4.
allier@unam.mx